

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Determinación de la distribución de ocupación de halos en grandes catálogos de galaxias

PRESENTADO ANTE LA FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA,
FÍSICA Y COMPUTACIÓN COMO PARTE DE LOS REQUERIMIENTOS PARA
LA OBTENCIÓN DEL GRADO DE DOCTOR EN ASTRONOMÍA

AUTOR: FACUNDO RODRIGUEZ

DIRECTOR: MANUEL MERCHÁN

CÓRDOBA, ARGENTINA

2018



Esta obra está bajo una Licencia
Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional.

A mi familia, siempre....

Agradecimientos

Primero que nada, a la EDUCACIÓN PÚBLICA ARGENTINA y a todos los que lucharon y luchan por ella.

A Manuel Merchán, el mejor director que podría haber tenido. Gran parte de este trabajo se lo debo a su paciencia, su generosidad y la libertad con la que trabajamos juntos. Me dio la posibilidad de crecer mucho en estos años, mucho más allá de lo académico.

A Mario Agustin Sgró y Dante Paz, quienes contribuyeron con su tiempo, experiencia y conocimiento sobre el tema.

A Elizabeth González y Diego García Lambas por confiar en el trabajo compartido.

A Ana O'Mill, Andrea Costa y Leonardo Pelliza por los aportes realizados en la lectura atenta y respetuosa de este trabajo.

A Yose, Tania, Ismael, David, Ezequiel, Caro, Román y Pato por los espacios, buenos momentos y tantos proyectos compartidos durante estos años.

A todos los compañeros del IATE que hacen que sea un placer trabajar allí.

A los amigos que, muchas veces sin saberlo, me alentaron a seguir haciendo lo que me gusta.

A mi familia, por su apoyo incondicional que me permite hacer frente a lo que sea que me proponga. Sabiendo que cuento con ellos, no importa si algo sale mal...

Resumen

El presente trabajo se enmarca dentro de los estudios de la estructura en gran escala del Universo y, en particular, aborda la relación entre la materia ordinaria (o bariónica) y la denominada ‘materia oscura’. Para contextualizar nuestros estudios, decidimos comenzar con una reseña histórica acerca de las investigaciones y controversias que se dieron en el área en la que se inserta esta tesis.

El paradigma actual supone que las galaxias se forman en el interior de los halos de materia oscura. Sin embargo, en el proceso de formación están implicados una gran diversidad de mecanismos astrofísicos que hacen que sea complejo determinar cuántas galaxias pueblan un halo de una dada masa. Para poder estimar la relación entre galaxias y halos surgieron diferentes estimadores estadísticos que permiten vincular la masa de los halos con la cantidad de galaxias que poseen. Uno de ellos, que se estableció como una herramienta simple y al mismo tiempo poderosa, es la distribución de ocupación de halos (DOH), el concepto central del presente trabajo. Este estimador se define como la probabilidad de que un halo de masa M contenga N galaxias con alguna característica, dando la posibilidad de asociar, de manera estadística, las galaxias y los halos.

En la actualidad, disponemos de grandes catálogos de galaxias que nos permiten la identificar grupos de galaxias, determinar su masa y posteriormente estudiar la DOH. Pero, para esto se utiliza sólo la información espectroscópica que brindan los relevamientos, sin aprovechar grandes cantidades de datos fotométricos que también son liberados por éstos. Es por esto que, uno de los objetivos de este trabajo fue el de proponer un método de descuentos de galaxias de fondo que permite combinar datos fotométricos y espectroscópico para ampliar el rango de luminosidades y masas en que se puede estudiar la DOH. Para evaluar dicha técnica hicimos uso de otra de las herramientas más utilizadas en los estudios de la estructura a gran escala del universo: los catálogos sintéticos. A partir de simulaciones de materia oscura pobladas con modelos semianalíticos confeccionamos catálogos sintéticos que nos permitieron establecer las virtudes y falencias de nuestra técnica antes de implementarla en el catálogo Sloan Digital Sky Survey (SDSS).

Otro de los objetivos que nos planteamos en esta tesis fue el de comparar la DOH con otros estimadores. En particular, la comparamos con la relación masa riqueza obtenida a partir de estudios de lentes gravitacionales. Para esto trabajamos con otros investigadores, quienes midieron la masa y la riqueza de una muestra grupos y nosotros, mediante la técnica descrita en el párrafo anterior, determinamos la DOH de dicha muestra. Pero, como ambos estimadores no son directamente comparables, usamos las mismas determinaciones pero modificamos el cálculo de la DOH para poder realizar la comparación, obteniendo un gran acuerdo entre ambas estimaciones.

El tercer tema central de nuestro trabajo fue el de incorporar la DOH a los modelos de halos. Éstos permiten explicar los campos de densidad. Mas precisamente, mediante mo-

delos de halos desarrollados numéricamente, puede reproducirse la función de correlación de la materia oscura. Si a estos modelos se le incorpora la DOH, pueden reproducirse los campos de densidad de la materia bariónica. En esta tesis utilizamos las estimaciones de la DOH y las incorporamos el modelo anisótropo de halos. Evaluamos la factibilidad de incorporar la DOH a dicho modelo mediante catálogos sintéticos y determinamos, además, estimaciones de forma de los halos de materia oscura para diferentes rangos de masa.

Palabras clave: Distribución de ocupación de halos - Materia oscura - Grupos de galaxias - Modelo de halos - Determinación de masas.

Clasificaciones:

95.35.+d Materia oscura (estelar, interestelar, galáctica y cosmológica).

98.62.Ve Estudios estadísticos y de las correlaciones de las propiedades.

98.65.-r Grupos de galaxias, cúmulos y supercúmulos; estructura a gran escala del Universo.

Abstract

The present work is framed within the studies of the large-scale structure of the Universe and, in particular, in the relationship between ordinary (or baryonic) matter and the so-called ‘dark matter’. To contextualize our studies, we decided to start with a historical review about the researches and controversies that occurred in the area in which this thesis is performed.

The current paradigm assumes that galaxies are formed inside the halos of dark matter. However, a great diversity of astrophysical mechanisms are involved in the formation process, which makes it difficult to determine how many galaxies populate a halo of a given mass. In order to estimate the relationship between galaxies and halos, different statistical estimators emerged that allow linking the mass of the halos with the number of galaxies they possess. One of them, which was established as a simple and at the same time powerful tool, is the halo occupation distribution (known in Spanish as DOH), the central concept of the present work. This estimator is defined as the probability that a halo of mass M contains N galaxies with some characteristics, giving the possibility of associating, in a statistical way, galaxies and haloes.

At present, large catalogues of galaxies are available that allow us to identify groups of galaxies, determine their mass and then study the DOH. But, for this, only the spectroscopic information provided by the surveys is used, without taking advantage of large amounts of photometric data that are also released by them. That is why, one of the objectives of this work was to propose a method of discounting background galaxies that allows combining photometric and spectroscopic data to expand the range of luminosities and masses in which DOH can be studied. To evaluate this technique we employed another of the most used tools in the studies of the large-scale structure of the universe: synthetic catalogues. From simulations of dark matter populated with semi-analytical models we made synthetic catalogues that allowed us to establish the virtues and shortcomings of our technique before implementing it in the Sloan Digital Sky Survey (SDSS) catalogue.

Another of the objectives that we proposed in this thesis was to compare the DOH with other estimators. In particular, we compared it with the mass-richness relation obtained from gravitational lens studies. For this we worked with other researchers, who measured the mass and richness of a sample of groups and we, using the technique mentioned in the previous paragraph, determined the DOH of said sample. But, since both estimators are not directly comparable, we use the same determinations but we modify the calculation of the DOH to be able to make the comparison. We obtained a great agreement between both estimates.

The third central theme of our work was to incorporate the DOH to the halo models. These allow to explain the density fields. More precisely, by numerically developed halo models, the correlation function of dark matter can be reproduced. If DOH is incorporated

into these models, the density fields of baryonic matter can be reproduced. In this thesis we use the DOH estimates and incorporate the anisotropic model of halos. We evaluated the feasibility of incorporating DOH into this model through synthetic catalogues and determined, in addition, estimates of the shape of dark matter haloes for different mass ranges.

Keywords: Halo occupation distribution - Dark matter - Galaxy groups - Halo model - Mass determination.

Classifications:

95.35.+d Dark matter (stellar, interstellar, galactic, and cosmological).

98.62.Ve Statistical and correlative studies of properties.

98.65.-r Galaxy groups, clusters, and superclusters; large scale structure of the Universe.

Índice general

Índice de figuras	XIII
-------------------	------

Índice de tablas	xv
------------------	----

1. Breve historia de la materia oscura	1
1.1. Surgimiento de los estudios de la estructura en gran escala del Universo . .	1
1.2. Orígenes de los estudios de la materia oscura	4
1.3. Curvas de rotación de galaxias	6
1.4. Materia oscura en la actualidad	7
1.4.1. Lentes gravitacionales	7
1.4.2. Modificaciones a la Teoría de la Relatividad	9
1.4.3. Simulaciones numéricas	10
2. Descripción de los halos de materia oscura y modelo de halos	13
2.1. Halos de materia oscura	13
2.2. Densidad numérica de halos	14
2.3. El sesgo en la distribución de halos	18
2.4. Perfil de densidad de los halos	21
2.5. Modelo de halos	23
3. Relación entre la distribución de la materia oscura y la distribución de las galaxias	27
3.1. Diferencias entre la distribución de galaxias y materia oscura	27
3.2. Materia oscura y catálogos de galaxias	29
3.2.1. Catálogo de galaxias Sloan (SDSS)	29
3.2.2. Identificación de grupos de galaxias	30
3.2.3. Determinación de masas a partir de lentes gravitacionales	34
3.3. Materia oscura, simulaciones numéricas y catálogos sintéticos	38
3.3.1. Simulaciones cosmológicas de materia oscura	38
3.3.2. Simulaciones cosmológicas hidrodinámicas	42
3.3.3. Catálogos sintéticos de galaxias	43
3.4. Distribución de ocupación de halos	44
3.4.1. Definición e importancia de la DOH	44
3.4.2. Parametrización de la DOH a partir de simulaciones numéricas . . .	46
3.4.3. Determinación de la DOH en catálogos de galaxias	49
3.5. Extensión del modelo de halos mediante la DOH	51

4. Determinación de la DOH a través del método de descuentos de galaxias de fondo	53
4.1. Inclusión de información fotométrica en la DOH	53
4.2. Descripción del método de descuentos de galaxias de fondo	54
4.3. Datos	57
4.3.1. Catálogos del SDSS	57
4.3.2. Datos simulados	58
4.4. Evaluación del método	58
4.5. Implementación del método	61
4.5.1. DOH en el SDSS DR7	61
4.5.2. Comparación con otros resultados	64
4.6. Conclusiones	69
5. DOH y relación masa-riqueza	71
5.1. Relación masa-riqueza y DOH	71
5.2. Datos	72
5.2.1. Adquisición de datos	72
5.3. Determinación de la relación masa - riqueza a partir del análisis de lentes .	73
5.3.1. Obtención del catálogo de galaxias fuente	73
5.3.2. Determinación del perfil de masa	74
5.3.3. Errores sistemáticos en las determinaciones de la masa obtenidas a partir de lentes gravitacionales	76
5.4. Determinación de la $P(M_h N)$ a partir de la DOH	77
5.5. Resultados	77
5.6. Discusión y conclusiones	80
6. Extensión del modelo triaxial de halos mediante la DOH	83
6.1. Desviación de la isotropía y apartamiento de la forma esférica en el modelo de halos	83
6.2. Función de correlación anisótropa	84
6.3. Modelo anisótropo de halos	87
6.3.1. Perfil de densidad triaxial	89
6.3.2. Distribución de probabilidad de la forma de los halos	90
6.3.3. Distribución de probabilidad del alineamiento	91
6.4. Extensión del modelo anisótropo de halos mediante la DOH	91
6.4.1. Integración de la función de correlación anisótropa	93
6.5. Datos simulados	94
6.6. Determinación de la función de correlación anisótropa en la simulación . .	94
6.7. Implementación de la DOH en el modelo anisótropo de halos	96
6.8. Conclusiones	97
7. Conclusiones	99
A. Fundamentos del modelo cosmológico	103
A.1. Ecuaciones de campo de Einstein	103
A.2. Dinámica de los Universos de Friedmann - Lemaître - Robertson - Walker .	104
A.3. Formación de estructuras por inestabilidad gravitacional	108

A.3.1. Régimen lineal	108
A.3.2. Régimen no lineal	111
 B. Estadística del campo de densidad	117
B.1. Función de correlación bipuntual	117
B.2. Espectro de potencia	119
 Bibliografía	121

Índice de figuras

1.1. Mapa de la Vía Láctea de William Herschel	2
1.2. Distribución espacial de $\sim 350,000$ galaxias del SDSS (Blanton <i>et al.</i> , 2003).	4
1.3. Curvas de rotación presentadas por Rubin <i>et al.</i> (1978)	7
1.4. Observaciones del Cúmulo de la Bala presentadas por Clowe <i>et al.</i> (2006)	10
3.1. Comparación del espectro de potencia de las galaxias con el de la materia oscura (Cooray y Sheth, 2002)	28
3.2. Cobertura en el cielo del catálogo SDSS-DR7 espectroscópico	30
3.3. Esquema general de una lente gravitacional, adaptado de Schneider <i>et al.</i> (2004)	35
3.4. Deformación de la luz proveniente de una fuente circular en presencia de una lente gravitacional, adaptado de Schneider <i>et al.</i> (2004)	37
3.5. Esquema del método de árbol (<i>tree</i>), Springel <i>et al.</i> (2001)	40
3.6. Evolución temporal de la simulación Millennium	41
3.7. DOH en simulaciones cosmológicas (Zheng <i>et al.</i> , 2005)	47
3.8. DOH determinada en el SDSS DR4 (Yang <i>et al.</i> , 2008)	50
3.9. Comparación del espectro de potencia de las galaxias con el obtenido a partir del modelo de halos (Cooray y Sheth, 2002)	52
4.1. Esquema del método de descuentos propuesto	56
4.2. Esquema del método de descuentos en regiones incompletas	57
4.3. Evaluación del método de descuentos: comparación con la simulación y el conteo directo de galaxias	60
4.4. Evaluación del método de descuentos: efectos de proyección	62
4.5. Evaluación del método de descuentos: efectos de la masa y la posición de los centros de los grupos	63
4.6. DOH obtenida para el SDSS DR7 implementando el método de descuentos	65
4.7. Comparación entre los parámetros de la DOH para galaxias satélites obtenidos mediante el método propuesto en este trabajo y aquellos determinados por Yang <i>et al.</i> (2008)	67
4.8. Comparación entre las abundancias observadas para cuatro cúmulos tomados de Weinmann <i>et al.</i> (2011) y las correspondientes al método de los descuentos	68
5.1. Diagrama del código utilizado para realizar el análisis de lente débil.	74
5.2. Perfiles de contraste de densidad promedio $\Delta\Sigma(r)$ de la muestra de objetos del catálogo de Yang <i>et al.</i> (2012) para diferentes intervalos de riqueza.	78

5.3.	Distribución de la masas determinadas por Yang <i>et al.</i> (2012) para las cuatro muestras de grupos analizados junto con las masas de lentes estimadas en este trabajo.	79
5.4.	Comparación de la $P(M_h N)$ obtenida a partir del método de sustracción de galaxias de fondo y la masas derivadas del análisis de lentes (M_{200}^{NFW} y M_{200}^{SIS}) versus N , considerando una magnitud absoluta límite $M_r^{lim} = -21,5$	80
6.1.	Esquema del cálculo de la función de correlación anisótropa	86
6.2.	Determinación de la función de correlación anisótropa en la simulación Bolshoi	95
6.3.	DOH de la simulación Bolshoi para $M_r = -19,0$	96
B.1.	Ejemplos de función de correlación (Paz, 2010)	118

Índice de tablas

3.1. Parámetros de la DOH en simulaciones cosmológicas (Zheng <i>et al.</i> , 2005) .	48
3.2. Parámetros de la DOH para galaxias satélites del SDSS DR4 (Yang <i>et al.</i> , 2008).	50
4.1. Comparación entre los parámetros de la DOH de las galaxias satélites obtenidos por Yang <i>et al.</i> (2008) y con nuestro método.	66
6.1. Parámetros resultantes de la implementación de la DOH en el modelo anisótropo de halos	97

Capítulo 1

Breve historia de la materia oscura

Explorar la bibliografía de un campo científico no sólo es una costumbre útil y por la que se aprende del pasado, sino, también, una práctica conmemorativa mediante la que se rinde un homenaje a quienes han preparado el camino de la propia labor.

Robert Merton

En este capítulo, realizamos una breve reseña histórica de los estudios relativos a la materia oscura. Comenzamos con una descripción del surgimiento de los estudios de la estructura en gran escala del Universo. Luego, mencionamos algunos de los trabajos que hicieron que se consolidara la materia oscura como un tema de relevancia en la Astronomía. Y, finalmente, intentamos mostrar las principales líneas de trabajo vigentes en torno a ella. Incluimos este capítulo con el objetivo de contextualizar los debates y desafíos que se están dando actualmente en campo en el que se inserta el presente trabajo.

1.1. Surgimiento de los estudios de la estructura en gran escala del Universo

Todas las culturas, al observar el cielo, se han preguntado sobre el origen y la composición del Universo y han dado diferentes explicaciones. Dentro de la Astronomía, como ciencia moderna, los estudios cosmológicos y de la estructura a gran escala del Universo tuvieron un importante impulso durante la primera mitad del siglo pasado, debido a la conjunción entre los avances teóricos y las observaciones.

Ya en 1785, William Herschel, en su trabajo *La construcción de los cielos*¹, propuso que habitábamos una nebulosa de forma irregular (tal como se observa en el esquema de la figura 1.1). Esto lo dedujo a partir de suponer que las estrellas estaban distribuidas uniformemente y que las diferencias en su luminosidad estaban dadas por la distancia a la que se encuentran. Además de ser uno de los primeros en proponer una forma para nuestra galaxia (antes de que se acuñara este término), sostenía que existían otros sistemas

¹*The construction of the heavens*

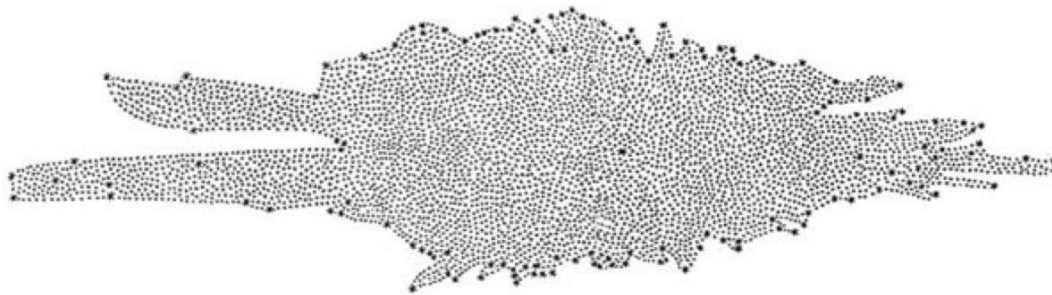


Figura 1.1: Mapa de la Vía Láctea de William Herschel.

similares. En 1802, ya había catalogado 2500 nebulosas y afirmaba que algunas podían ser tan extensas como la nuestra.

A pesar de algunos relevamientos como el que acabamos de mencionar, recién a finales del siglo XIX, se llegó a un acuerdo general de que nuestro Sol formaba parte de una nebulosa de estrellas, pero todavía existía una gran incertidumbre acerca de qué había más allá de ella, si es que lo había. Esto abrió un debate en torno a la forma del Universo que, entre otras circunstancias, se expresó en una conferencia realizada en la Academia Nacional de Ciencias de Washington el 26 de abril de 1920. En esta exposición Harlow Shapley y Heber Doust Curtis presentaron dos visiones contrarias y que representaban a dos escuelas de pensamiento: Curtis proponía que el Universo estaba compuesto por muchas galaxias como la nuestra, que los astrónomos de la época llamaban “nebulosas espirales”, y Shapley, en cambio, afirmaba que estas nebulosas eran sólo nubes de gas cercanas a nuestro sistema solar y que el Universo estaba formado sólo por una inmensa galaxia (Gangui, 2005). Fue recién con el trabajo de Hubble (1925) cuando logró cerrarse este debate a favor de un Universo colmado de galaxias. Sus mediciones de la distancia de Andrómeda determinaron una lejanía superior al tamaño que podía tener nuestra nebulosa.

Mientras tanto, a través del corrimiento al rojo (*redshift*) observado en los espectros, varios astrónomos se encontraban estudiando los movimientos radiales aparentes de las galaxias. La primera medición de este efecto Doppler en las líneas de absorción de los espectros fue llevada a cabo para la nebulosa de Andrómeda, M 31, por Slipher (1913). Quien continuó realizando mediciones de las velocidades radiales de las galaxias (todavía denominadas nebulosas) y cuyos resultados fueron listados en el libro de Eddington (1923), llamado *La teoría matemática de la relatividad*². Según Peebles (1971), la base observacional de la Cosmología moderna fue el descubrimiento de la naturaleza de las nebulosas extragalácticas, o galaxias, de su distribución y movimiento.

Paralelamente, se estaban desarrollando importantes avances teóricos. En 1917, Einstein presentó un artículo en el que asumía que el universo debía ser homogéneo e isótropo (es decir, que su descripción no dependía del lugar o dirección que se tome) y, además, que debía ser estático. Para esto último, introdujo una repulsión universal general dependiente de la distancia y con una intensidad dada por la constante cosmológica³. Bajo las

² *The mathematical theory of relativity*

³ Como aquí estamos realizando una breve reseña histórica, no daremos una descripción exhaustiva de

mismas suposiciones, de Sitter (1917), obtuvo otra solución con una constante de curvatura distinta de cero, quitando toda la materia del modelo. Observó que, si se introducían partículas de prueba, el término de la constante cosmológica causaba que se aceleraran unas respecto de otras. Este efecto hizo pensar que podía haber una conexión con la velocidad de recesión que se observaba en las galaxias. Tomando en cuenta estos resultados, Weyl (1923) y Robertson (1928) predijeron una relación lineal entre el desplazamiento al rojo y la distancia de las galaxias. Este hallazgo sería luego presentado por Hubble (1929), combinando las observaciones con los resultados teóricos. Esto último es conocido actualmente como “Ley de Hubble”, que se escribe como $v = H_0 r$, donde H_0 es la constante de Hubble; v , la velocidad de recesión y r , la distancia.

Las hipótesis de homogeneidad e isotropía llevaron a Hubble, en 1926, a intentar verificar dichos postulados a través del recuento de galaxias pero, debido a las limitaciones instrumentales para alcanzar magnitudes débiles, no pudo comprobarlo. Recién en 1933 Shapley pudo realizar estos recuentos y concluir que, si se tomaban regiones suficientemente grandes, los resultados se correspondían con las hipótesis de Einstein. Sin embargo, si se disminuía el tamaño de las celdas, observó que las galaxias tendían a agruparse en un grado muy superior al que puede explicarse con una distribución aleatoria, lo que él interpretó como producto de los procesos evolutivos de las galaxias y sistemas de galaxias. Tal como lo relata Peebles (1980), esto marcó los comienzos de lo que hoy conocemos como “estructura en gran escala del Universo”, área en la que se insertan los trabajos que forman parte de esta tesis de doctorado.

Actualmente, con la nueva generación de relevamientos de galaxias, tales como el 2dF Galaxy Redshift Survey (2dFRGS, Peacock *et al.*, 2001) y *Sloan Digital Sky Server* (SDSS, Blanton *et al.*, 2001), pueden obtenerse esquemas como la figura 1.2, en la que se observa la distribución de $\sim 350,000$ objetos en el SDSS en función del corrimiento al rojo. Claramente, la distribución no es aleatoria y muestra una variedad de estructuras: algunas galaxias están localizadas en cúmulos que contienen cientos de ellas o en grupos con menos de diez miembros, pero la mayoría está distribuida en filamentos de baja densidad o estructuras aplanadas. Estos filamentos y estructuras están rodeando grandes regiones vacías (con diámetros superiores a $\sim 100 Mpc$) que contienen muy pocas o ninguna galaxia (Mo *et al.*, 2010).

Se podría esperar que la distribución de galaxias reflejara la distribución de masa a gran escala en el Universo; pero, actualmente, se supone que existe una significativa contribución de materia no luminosa y que interactúa sólo de manera gravitatoria, denominada “materia oscura”. Ésta constituye el principal aporte de materia al Universo y es significativamente superior al de la materia ordinaria o bariónica.

esto, pero puede encontrarse una discusión más completa, por ejemplo, en North (1965).

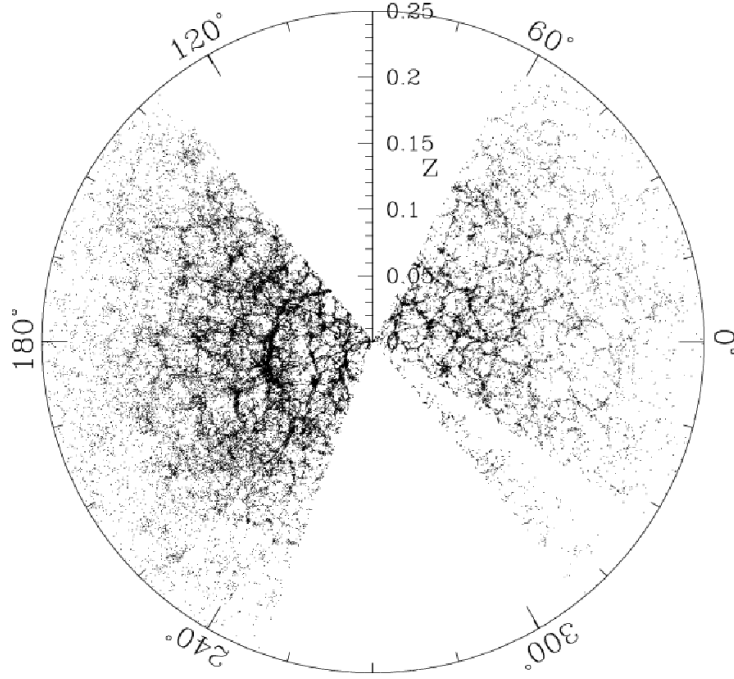


Figura 1.2: Distribución espacial de $\sim 350,000$ galaxias del SDSS. Rebanada de 6° alrededor del Ecuador proyectada sobre el plano de ascensión recta y declinación (Blanton *et al.*, 2003).

1.2. Orígenes de los estudios de la materia oscura

Las discusiones sobre la naturaleza, comportamiento y tipos de materia existentes en el Universo pueden remontarse hasta los orígenes de la humanidad. En esta sección, sólo nos ocuparemos de realizar un pequeño resumen de las primeras referencias a la materia oscura dentro de la astronomía y de cómo éstas sentaron los precedentes para los estudios actuales.

Según el trabajo de Bertone y Hooper (2016), una de las primeras menciones a la materia oscura puede encontrarse en las memorias de Angelo Secchi, escritas en 1877. Éste realizó estudios de nebulosas que lo llevaron a afirmar que era probable que hubiera “masas oscuras desperdigadas en el espacio” (Secchi, 1877). Luego, ya en el siglo XIX, con la utilización de la fotografía astronómica, comenzaron a observarse las denominadas “regiones oscuras”. Éstas abrieron la discusión sobre la distribución de las estrellas e hicieron que se intentara determinar si estaban igualmente distribuidas en el cielo y que se cuestionara la escasez de estrellas en ciertas áreas. Esto llevó a los astrónomos a postular la posible presencia de materia oscura en la línea de la visión.

Uno de los primeros en aproximarse a la materia oscura tal como se la conoce actualmente fue Kelvin (1904), quien realizó una estima dinámica de la cantidad de materia de la Vía Láctea. Su principal argumento fue que, si las estrellas de nuestra galaxia pueden ser descritas como un gas de partículas que actúan bajo la influencia de la gravedad, se podía establecer una relación entre el tamaño del sistema y la dispersión de velocidades

de las estrellas. Fue esta investigación la que condujo a la primera mención explícita al término “materia oscura”, realizada por Poincare (1906). Éste afirmó que, dada la dispersión de velocidades predicha, la cantidad de materia oscura (*matière obscure*, en el francés original) debía ser menor o del mismo orden de magnitud que la observada. Estos resultados fueron seguidos en 1915 por los estudios de Ernst Öpik quien propuso un modelo para el movimiento de las estrellas en la galaxia, y concluyó que la existencia de grandes cantidades de materia invisible era poco probable (Opik, 1915).

En 1922, Kapteyn propuso un modelo cuantitativo para describir el tamaño y la forma de nuestra galaxia, a partir de la distribución aplanada de las estrellas que rotan alrededor del Polo Galáctico. Además, en dicho trabajo señaló la posible existencia de materia oscura en la Vía Láctea, teniendo en cuenta la dispersión de velocidades de las estrellas. Diez años después, Oort, discípulo de Kapteyn, publicó un análisis de la cinemática vertical de las estrellas de la vecindad solar. En esta publicación, adjuntó una lista con estimaciones de la densidad de materia oscura local entre las que incluyó las determinaciones que habían realizado Jeans (1922) y Lindblad (1925).

Es importante señalar aquí que, si bien en esta época ya se realizaban mediciones explícitas de las cantidades de materia oscura, los investigadores todavía seguían pensando en ella como estrellas dobles, material nebuloso o meteórico que no podía ser observado o como una inadecuada extrapolación de la función de masa estelar (Bertone y Hooper, 2016). Por ejemplo, Lundmark, en su trabajo publicado en 1930, a partir de los estudios de la relación masa-luminosidad de galaxias, señaló que parecía haber grandes cantidades de materia oscura presente en los sistemas astrofísicos que podían estar en forma de “estrellas extinguidas, nubes oscuras, meteoros, cometas, etc”.

Para 1933 ya se había publicado el trabajo de Hubble y Humason (1931) que mostraba la gran dispersión de velocidades que existía en los cúmulos de galaxias. A estos se sumó el estudio de Zwicky, publicado ese año, en el que aplicó el teorema del virial al cúmulo de Coma para estimar su masa. Zwicky fue el primero en utilizar el teorema del virial para calcular la masa de un cúmulo de galaxias y esto lo llevó a afirmar que, si sus resultados eran confirmados, la cantidad de materia oscura era muy superior a la visible. Cuatro años después retomó dicho trabajo, mejoró las técnicas utilizadas, incluyó los resultados de Hubble y Humason, y obtuvo nuevamente una alta relación masa-luminosidad. Esta vez el valor obtenido era de alrededor de 500, lo que le llevó a señalar que la materia oscura podía ser incorporada a los modelos, pensándola como cuerpos sólidos macroscópicos y microscópicos, estrellas frías y gases (Zwicky, 1937).

Sinclair Smith, en 1936, presentó la estima de la masa de cúmulo de Virgo y encontró una masa por galaxia promedio muy superior a la publicada por Hubble. Sin embargo, reconoció que ambos resultados podrían ser correctos y que la diferencia podría representar material interestelar uniformemente distribuido o grandes nubes de baja luminosidad que rodeaban a las galaxias.

Hasta este momento, si bien no había un consenso acerca de la naturaleza de la materia oscura, sí lo había en torno a la necesidad de buscar más información que permitiera entender los resultados que se estaban obteniendo.

1.3. Curvas de rotación de galaxias

En 1937, Zwicky presentó una publicación en la que discutió la posibilidad de utilizar las curvas de rotación de las galaxias para inferir la distribución de esa masa aún indeterminada. En 1939, poco después de que Zwicky propusiera esta técnica, Horace Babcock presentó la curva de rotación de M31, y encontró valores altos para la velocidad circular a grandes radios. Aproximando a M31 por una esfera rodeada de un elipsoide, calculó la distribución de la masa y reconoció que la forma de la curva de rotación estudiada podía ser explicada mediante la existencia de grandes cantidades de masa en las partes externas de la galaxia. Él, sin embargo, no se inclinó por esta explicación, sino que sostuvo que interpretaba a dichos resultados como un efecto debido a la absorción que podía ocurrir en las partes externas de una galaxia espiral.

Durante varios años no hubo avances importantes en la discusión acerca de las curvas de rotación de las galaxias espirales. En cambio, surgieron trabajos como el de Rood (1965), que argumentó que la masa responsable del alto cociente masa-luminosidad debía encontrarse en el espacio intergaláctico y no en las galaxias en sí. Pero años más tarde, Meekins *et al.* (1971) a través de observaciones en rayos X del gas intracúmulo limitaron esa cantidad de gas a sólo un 2 % de la cantidad requerida para la atracción gravitacional estimada.

Los estudios de las curvas de rotación se retomaron cuando se lograron mejoras técnicas en los espectrógrafos y, por lo tanto, una mejora en la calidad de los datos recabados. Éstos avances ayudaron a que, en 1973, al analizar las curvas de rotación obtenidas para M31, M81 Y M101, Roberts y Rots señalaran que estas curvas planas debían indicar que había densidades significativas de masa a grandes distancias del centro de estas galaxias. Y que, para ellos, esto sugería que la relación masa-luminosidad variaba con el radio: aumentaba a medida que se incrementaba la distancia desde el centro.

Otro interesante aporte fue presentado por Einasto *et al.* (1974), quienes hicieron un análisis morfológico de la “masa perdida” alrededor de las galaxias. A través de sus resultados, estos autores excluyeron la posibilidad de que dicha masa esté en forma de estrellas y propusieron que era posible que se encontrara en forma de coronas de gas en las partes externas de las galaxias. También hubo varias contribuciones desde la radioastronomía, en las que se intentaba establecer la existencia de grandes cantidades de material en partes más externas de las galaxias (Bosma, 1978; Krumm y Salpeter, 1977, entre otros).

A pesar de los resultados mencionados, gran parte de la comunidad astronómica todavía no estaba convencida de estas conclusiones y consideraba necesario seguir explorando alternativas que explicaran los datos recabados (Bertone y Hooper, 2016).

En 1978, Rubin, Thonnard y Ford publicaron diez curvas de rotación obtenidas en el óptico, correspondientes a galaxias espirales de alta luminosidad. Estos autores mostraron que dichas curvas eran planas más allá del valor del radio medido. Este trabajo fue uno de los que logró establecer un mayor consenso acerca de la existencia de la materia oscura. Además, se convirtió en uno de los más conocidos y ampliamente citados en la literatura. En la figura 1.3, se muestran, a modo de ejemplo, algunas las curvas presentadas en dicho trabajo. Es importante mencionar que estas curvas se corresponden de manera significativa con las mediciones actuales.

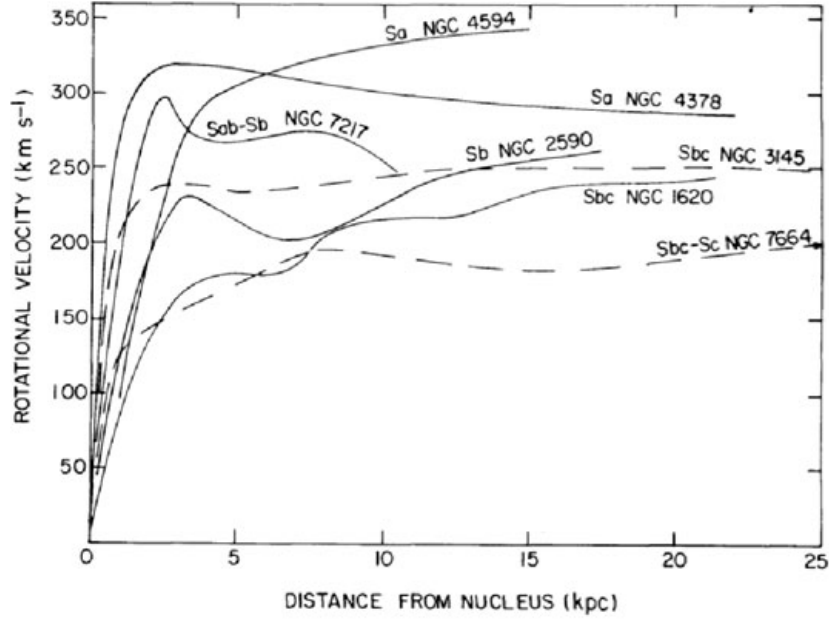


Figura 1.3: Curvas de Rotación presentadas por Rubin *et al.* (1978). La descripción de esta imagen que figura en el trabajo original es: “Velocidades de rotación para siete galaxias en función de la distancia al núcleo. Las curvas han sido suavizadas para eliminar las ondulaciones de velocidad a través de los brazos y pequeñas diferencias entre las velocidades del eje mayor a cada lado del núcleo. Las galaxias de tipo temprano tienen sistemáticamente picos de velocidad más altos que las de tipo tardío.”

1.4. Materia oscura en la actualidad

Desde fines de la década de 1980, la hipótesis de que la masa perdida consiste en una o más de las especies todavía desconocidas de partículas ha ganado suficiente apoyo como para convertirse en una parte esencial del paradigma de la materia oscura. Desde entonces, el significado de la frase “materia oscura” ha cambiado. En un comienzo, estaba referida a toda una variedad de objetos astrofísicos que eran lo suficientemente débiles como para ser detectados por los telescopios disponibles. Hoy, en cambio, se utiliza para denominar partículas desconocidas que representan la mayor parte de la densidad de materia del Universo (Bertone y Hooper, 2016).

1.4.1. Lentes gravitacionales

Einstein (1911), como parte del planteo de la relatividad general, ya había pensado que la curvatura del espacio-tiempo podía generar efectos similares a la lentes y curvar la trayectoria de la luz. En 1919, Arthur Eddington determinó observacionalmente la curvatura que se producía en la trayectoria de la luz proveniente de estrellas distantes al pasar cerca del Sol, y demostró la existencia de este fenómeno. En 1937, Fritz Zwicky publicó un artículo en el cual propuso el uso de este efecto de lente para determinar masas de galaxias o cúmulos de galaxias y poner a prueba la existencia de materia oscura, abriendo una nueva línea de estudios que perdura con fuerza en la actualidad, combinando estudios teóricos con observaciones (Rodríguez, 2016).

A pesar de las predicciones de Zwicky, recién a principios de la década de 1960 se retomaron estos estudios. Entre los que iniciaron esta nueva etapa de las lentes gravitacionales están: Klimov (1963), quien estudió el efecto de lente producida por una galaxia sobre otra; Liebes (1964), que analizó las lentes producidas por la Vía Láctea sobre las estrellas de Andrómeda; y Refsdal (1964), que utilizó las lentes para determinar la constante de Hubble.

Más adelante, en 1979, recién pudieron observarse imágenes múltiples de una misma fuente, debido a la presencia de dicho efecto gravitatorio. Esto fue presentado por Walsh *et al.* (1979), quienes tomaron dos imágenes de un cuasar que tenían el mismo corrimiento al rojo, color y espectro. Este evento desencadenó una serie de nuevos descubrimientos y la década de 1980 fue un éxito en cuanto a los trabajos de este tipo (por ejemplo: Lynds y Petrosian (1986), Soucail *et al.* (1987), Hewitt *et al.* (1988) y Langston *et al.* (1989)). Durante la década de los 1990, se desarrollaron trabajos en los demás regímenes de lentes gravitacionales, lentes débiles y microlentes, que - junto con las lentes fuertes - conformaron una sorprendente herramienta con numerosas aplicaciones. Entre las más usadas, se encuentran: el conocimiento de la distribución de masa de las lentes gravitacionales, el estudio de propiedades de las fuentes, la búsqueda de exoplanetas y la estimación de parámetros cosmológicos (Gonzalez, 2017).

Objetos compactos

Cuando se fueron acumulando las evidencias a favor de la materia oscura, una de las posibilidades que surgió como obvia fue que esta masa perdida consistiera en objetos compactos, menos luminosos que la mayoría de las estrellas observadas, pero del mismo material. Estos podían ser: planetas, enanas marrones o blancas, estrellas de neutrones o agujeros negros. A dichos candidatos se les denominó “objetos astrofísicos masivos de halo compacto”. Esto hizo que se desarrollaran dos líneas de investigación para determinar su aporte a la totalidad de la masa del Universo: la búsqueda de objetos compactos a través de microlentes gravitacionales (con relevamientos como EROS Y MACHO) y la determinación de densidad de bariones basada en mediciones de elementos luminosos primordiales y del fondo de microondas.

A través de los relevamientos de microlentes gravitacionales se llegó a la conclusión de que dichos objetos compactos no son suficientes para explicar la masa del halo de materia oscura de la Vía Láctea (por ejemplo; Lasserre *et al.* (2000) y Tisserand *et al.* (2007)).

Con respecto a la explicación vinculada con la densidad de bariones en el fondo de microondas, Reeves *et al.* (1973) presentaron una publicación que se enfoca en la producción de deuterio en el universo temprano. Estos autores tuvieron en cuenta que el deuterio fue detectado en el medio interestelar, pero no es generado en las estrellas, y plantearon que la nucleosíntesis del Big Bang ofrecía el origen más plausible para el deuterio observado. También proponían que éste podía ser utilizado para derivar un límite superior de la densidad cosmológica bariónica. Sin embargo, luego de varias décadas de trabajos en esta línea y de lograr determinar la abundancia bariónica con aproximadamente un 10 % de precisión (por ejemplo: Burles y Tytler (1998), O’Meara *et al.* (2001) y Burles *et al.* (2001)) se llegó a la conclusión de que menos del 20 % de la materia del Universo es bariónica.

A finales del siglo pasado, se llegó a un consenso de que la materia oscura bariónica no

constituía una gran fracción de la totalidad de materia oscura. Surgió como opción que hubiera un importante aporte de materia por parte de agujeros negros formados antes de la época de nucleosíntesis del Big Bang y con una masa por debajo del rango de los relevamientos de objetos compactos. Pero esta posibilidad fue descartada, ya que, para generar una abundancia de dichos agujeros negros, se debe postular una gran degeneración no gaussiana en el espectro de potencia primordial.

1.4.2. Modificaciones a la Teoría de la Relatividad

En 1982, Milgrom submitió tres publicaciones que proveyeron fundamento a aquello que sería entendido como una alternativa a la materia oscura: Milgrom (1983a), Milgrom (1983b) y Milgrom (1983c). Esta propuesta es conocida como “Dinámica Newtoniana Modificada” (MOND, por sus siglas en inglés). La esencia de esta propuesta es que, si en lugar de cumplir la segunda ley de Newton, $F = ma$ (siendo F la fuerza, m la masa y a la aceleración gravitatoria), la fuerza de la gravedad escala como $F = ma^2/a_0$ en el límite de aceleraciones muy bajas ($a \ll a_0$, $\sim 1,2 \times 10m/s$), entonces se podría dar cuenta de los movimientos de las estrellas y el gas dentro de las galaxias sin postular la presencia de algún tipo de materia oscura.

Milgrom, sin embargo, no propuso inicialmente ningún medio por el cual pudiera incorporarse esta propuesta dentro de una teoría consistente con la Relatividad General. Para esto, debió desarrollarse una versión más realista. En el formalismo original, no se conservaba el momento lineal, angular ni la energía. En las tres últimas décadas, se ha intentando superar esto, con gran esfuerzo y asumiendo la pérdida de la simplicidad original. Ahora, esta propuesta es capaz de explicar la dinámica observada de muchas galaxias espirales y elípticas y de hacer predicciones para la dinámica de las galaxias de bajo brillo superficial. Como no hay una dinámica bien determinada para estas últimas, si dichas predicciones fueran exitosas, reforzaría el interés que tienen algunos astrónomos en la Dinámica Newtoniana Modificada (Begeman *et al.* (1991), Sanders (1996) y Milgrom y Sanders (2007)).

Debate entre relatividad modificada y materia oscura

En 2006, la publicación de Clowe *et al.* denominada *Una prueba empírica de la existencia de la materia oscura* puso en jaque a la Dinámica Newtoniana Modificada. En este trabajo, los autores describen dos cúmulos en colisión conocidos en conjunto como “Cúmulo de la Bala”. Como resultado de la colisión reciente de los cúmulos, la distribución de estrellas y galaxias está separada espacialmente del gas caliente que emite en rayos X (que constituye la mayor parte de la masa bariónica del sistema). Una comparación entre resultados de lentes gravitacionales débiles y rayos X revela claramente que la masa en éste no traza la distribución de bariones, como puede observarse en la figura 1.4. Es decir, otra fuente de potencial gravitacional, como la que proporciona la materia oscura, debe dominar la masa de este sistema.

Continuando con el estudio del cúmulo de la bala y otros sistemas similares muchos investigadores esperaban que los intentos de la teoría de gravedad modificada llegaran a su fin. Sin embargo, surgió una generalización de esta teoría que tiene suficientes parámetros libres como para proveerle flexibilidad y, de esta forma, ser potencialmente consistente con las observaciones de lentes gravitacionales, con la formación de estructuras, y con el

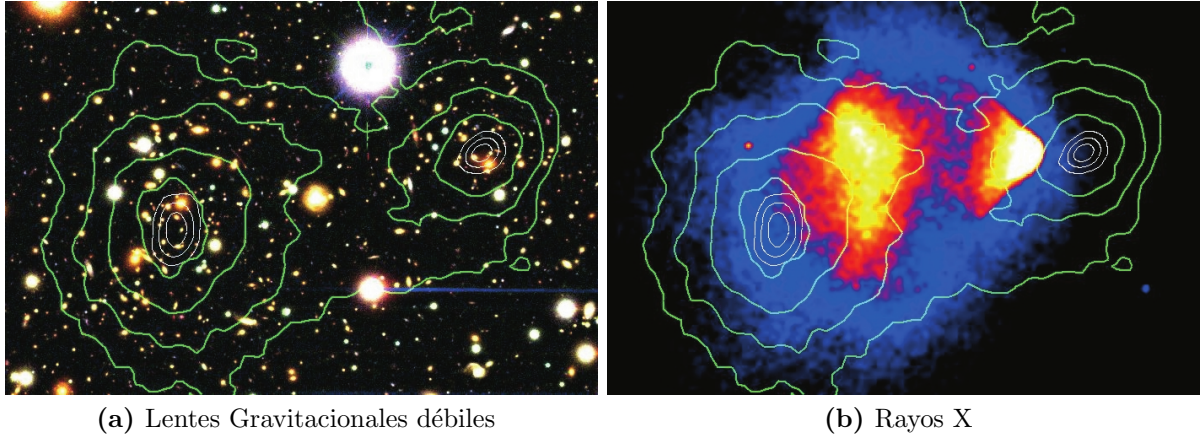


Figura 1.4: Observaciones del Cúmulo de la Bala presentadas por Clowe *et al.* (2006). Los contornos de la figura (a) representan la señal de lente débil reconstruida y demuestran la masa proyectada del sistema. El mapa coloreado de la imagen (b) muestra la señal en rayos X de los cúmulos en colisión y, superpuestos, los contornos de lentes.

fondo cósmico de microondas. A esto se le denominó “Gravedad Tensor-Vector-Escalar” (o TEVES, por sus siglas en inglés).

Como afirman Bertone y Hooper, algunos autores coinciden en la posibilidad de que el campo de la Gravedad Tensor-Vector-Escalar pueda ser una fuente de potencial gravitacional de los sistemas como el cúmulo de Coma, es decir, según ellos es como si éste pudiera actuar él mismo como materia oscura en las escalas de los cúmulos. (Skordis (2008), Dodelson y Liguori (2006), Famaey y McGaugh (2012) y Skordis (2009))

1.4.3. Simulaciones numéricas

En la actualidad, gran parte de los conocimientos acerca de la estructura y evolución de los halos de materia oscura proviene de simulaciones numéricas.

La primera de estas simulaciones fue llevada a cabo por Holmberg en 1940, utilizando una computadora analógica. Aprovechando el hecho de que la intensidad de las luces sigue la misma ley de cuadrado inverso que la fuerza gravitacional, su computadora consistía en 74 lamparitas, fotocélulas y galvanómetros. A partir de éstos, calculó la cantidad de luz recibida por cada célula y, manualmente, movió las lamparitas en la dirección en la que recibían más luz.

Utilizando los sistemas de cómputos de Los Álamos, John Pasta y Stanislaw Ulam realizaron en 1953 la primer aplicación de experimentos numéricos orientada a sistemas gravitacionales. Luego, en los años 1960s y 1970s, surgió un gran número de estudios pioneros en la exploración de sistemas de partículas masivas que interactúan gravitacionalmente. Gradualmente, se fue incrementando el número de partículas de 100 en los primeros trabajos a 1000. (Aarseth y Hoyle (1963), Peebles (1970), White (1976)).

A comienzos de 1970, se hizo posible simular numéricamente la dinámica de las galaxias (Bertone y Hooper, 2016). Simulaciones llevadas a cabo por Miller *et al.* (1970) así como también por Hohl (1971), quienes encontraron que las galaxias soportadas rotacionalmente consistían en un disco estelar que era inestable, en contradicción con las

observaciones. En lugar de alcanzar una configuración de equilibrio, se mostró que tales sistemas cambiaban rápidamente, formando barras y evolucionando hacia una configuración más elíptica y soportada por presión. La solución a este problema fue propuesta en el trabajo de Ostriker y Peebles (1973), quienes reconocieron que un disco estelar soportado por rotación puede ser estable si está embebido dentro de un halo esférico masivo. Justo después de esta investigación, se presentó el primer intento de resolver numéricamente la formación y evolución de las estructuras cosmológicas de un universo en expansión: la famosa publicación de 1974 de Press y Schechter.

Después de esta publicación, una serie de acontecimientos a finales de los años setenta y principios de los ochenta hicieron avanzar significativamente el conocimiento acerca de los procesos que formaron las estructuras del Universo (véase, por ejemplo, Aarseth *et al.*, 1979; Centrella y Melott, 1983; Efstathiou y Eastwood, 1981; Gott III *et al.*, 1979; Klypin y Shandarin, 1983; Tully y Fisher, 1977). También la mejora en la velocidad de los procesadores conjuntamente con la de las técnicas numéricas posibilitaron simular simultáneamente el comportamiento de millones de partículas. Y la novedosa propuesta de la Teoría de la Inflación del Universo (Guth, 1982; Linde, 1982) dio significado físico y las condiciones iniciales para las simulaciones cosmológicas. A todo esto se sumó, la publicación del primer gran relevamiento de galaxias en tres dimensiones (*CfA redshift Survey*, Davis *et al.*, 1982), que proveyó una distribución que pudo ser directamente comparada con las simulaciones. Entre otras características, esta publicación reveló los primeros indicios de la “red cósmica” que forma la distribución de materia a grandes escalas. En este relevamiento, también se identificó la presencia de estructuras significativas en escalas por debajo de los cúmulos que entraban en conflicto con las predicciones de simulaciones llevadas a cabo con materia oscura caliente (White *et al.*, 1983).

La primera simulación de materia oscura fría fue realizada en 1985 por Davis *et al.*, y la semejanza de su distribución simulada de halos de materia oscura con la de las galaxias en el relevamiento CfA era clara, lo que elevó el estatus de la materia oscura fría en el contexto cosmológico.

Uno de los más destacados descubrimientos es que las simulaciones cosmológicas no tienen una gran dependencia con la composición de la materia oscura. En particular, no son sensibles a las interacciones no gravitatorias y son partículas que no sufren efectos de colisión. Lo que impacta en el resultado de dichas simulaciones, sin embargo, es la distribución inicial de velocidades de las partículas de materia oscura (Bond (1986), Doroshkevich *et al.* (1980)).

Desde mediados de 1980, comenzó a establecerse el paradigma de la materia oscura fría. Y, aunque hay escenarios que involucran mezcla de materia oscura (que contienen cantidades significantes, tanto de materia oscura fría como caliente) y materia oscura tibia (que suprimen la estructura sólo en escalas de galaxias enanas y menores) que pueden continuar siendo discutidas en la literatura, la posibilidad de que la materia oscura fuera dominada por neutrinos u otras partículas relativistas fue rápidamente abandonada.

En la década siguiente las predicciones de las simulaciones cosmológicas se enfocaron en la forma de los halos de materia oscura. Un ejemplo de esto fue la publicación del trabajo de Navarro *et al.* (1996). La fórmula de ajuste simple derivada por los autores se conoce como el “perfil de Navarro, Frenk y White”. Esta parametrización sigue siendo ampliamente utilizada hoy en día, y representa el punto de referencia primario para la mayoría de los estudios de detección de materia oscura, a pesar de que se espera que

sea inexacta en las regiones más internas de las galaxias, donde los bariones dominan el potencial gravitatorio (Bertone y Hooper, 2016).

En los últimos años, las simulaciones numéricas cosmológicas se enfocaron en la implementación de física bariónica, e incluyeron la evolución hidrodinámica del gas en las estructuras astrofísicas, la formación estelar y la retroalimentación debido a la explosión de supernovas y agujeros negros. Las simulaciones actuales todavía no son capaces de resolver todas las escalas relevantes - desde rangos por debajo de los parsecs para formación estelar a escalas de Gpc para estructuras cosmológicas - , pero pueden implementar física bariónica con parámetros ajustables, que siguen el comportamiento colectivo de grandes cantidades de gas y estrellas. Estos parámetros, generalmente, coinciden con cantidades observables como la función de masa de las galaxias, la relación entre la masa de las galaxias y la del agujero negro central o la tasa de formación estelar.

Con esta introducción histórica intentamos no sólo contextualizar el surgimiento de los estudios acerca de la materia oscura, sino también dar cuenta de las discusiones que atraviesan estos estudios. En nuestro trabajo, por ejemplo, aceptaremos la existencia de la materia oscura sin interesarnos en su composición. Intentaremos profundizar, en cambio, en la relación entre las cantidades de materia oscura y materia visible. Además, vincularemos nuestras determinaciones con mediciones realizadas a partir de estudios de lentes gravitacionales.

Capítulo 2

Descripción de los halos de materia oscura y modelo de halos

El conocimiento no es algo que pueda describirse por sí mismo o por oposición a la ignorancia, sino solamente considerando el ciclo entero de acumulación

Bruno Latour

El objetivo que nos hemos propuesto en este capítulo es brindar las primeras herramientas teóricas necesarias para comprender las problemáticas abordadas en este trabajo. Describiremos el modelo de halos y, para ello, comenzaremos desarrollando y explicando los formalismos propios de la densidad numérica de halos, el sesgo en su distribución y el perfil de densidad. Para, finalmente, con todos estos elementos, modelar la función de correlación bipuntual y el correspondiente espectro de potencias.

2.1. Halos de materia oscura

Las fluctuaciones iniciales en el campo cuasi homogéneo de densidad son las que originan, por inestabilidad gravitatoria, los halos de materia oscura. Este proceso de formación sigue en sus comienzos el régimen lineal y, luego, cuando el contraste de densidad aumenta, las estructuras logran separarse de la expansión general del Universo y colapsan formando objetos virializados. Es a estas estructuras de materia oscura a las cuales denominaremos “halos”. Dado que su formación ha sido extensamente estudiada y no forma parte de los principales problemas que abordaremos en este trabajo, hemos decidido presentar su desarrollo teórico en el apéndice A.

Una propiedad de los halos que resulta fundamental en este trabajo es su masa. Según el contexto, pueden encontrarse diferentes definiciones para la masa de un halo. Desde el punto de vista teórico, si tomamos en cuenta el modelo de colapso esférico, el contraste de densidad de un objeto que se encuentra en un estado virializado es de $\Delta = 18\pi^2 \simeq 178$, donde $\Delta \equiv \frac{\bar{\rho}}{\rho_c}$ es la sobredensidad relativa a la densidad crítica de un objeto virializado. Suponiendo que estas estructuras estén bien identificadas y posean un centro a partir del cual pueden delimitarse cascarones esféricos, podemos definir la masa virial M_Δ como

aquella que está contenida dentro del radio r_Δ , donde este último cumple que, en su interior, la densidad media es $\bar{\rho} = \rho_c \Delta$, entonces

$$M_\Delta = \int_0^{r_\Delta} r^2 \rho(r) dr = \frac{\Delta}{3} \rho_c r_\Delta^3 \quad (2.1)$$

En este modelo, el radio virial r_Δ queda definido como el radio dentro del cual la materia está virializada y, fuera, la masa se encuentra colapsando hacia el objeto. Diferentes simulaciones numéricas indican que esto ocurre para un valor de $\Delta \approx 200$ con cierta independencia de la cosmología. Por eso, se utiliza M_{200} como un estimador de la masa virial en simulaciones cosmológicas, si $\Omega_m = 1$ (este parámetro cosmológico hace referencia a la cantidad de materia y fue definido en el apéndice A).

De las simulaciones numéricas, puede derivarse otro estimador de la masa. Éste se basa en que, a partir de algún algoritmo de identificación de halos, puede conocerse cuáles son las partículas que lo forman. Entonces, podemos tomar su masa como la suma de las masas individuales de la partículas que lo constituyen. Es importante notar que este estimador tiene la ventaja de estar bien definido, en función del algoritmo utilizado, y esto hace que el proceso de determinación de la masa no dependa de la cosmología utilizada.

También pueden construirse otros estimadores a partir de catálogos observacionales de galaxias, pero a éstos los explicaremos más adelante cuando presentemos la identificación de estructuras en dichos catálogos.

2.2. Densidad numérica de halos

Para poder realizar, más adelante, una descripción del modelo de halos es necesario entender cómo está definida la densidad numérica de halos, también denominada “función de masa”. Denotaremos a ésta última como $n(m, z)$, ya que depende de la masa (m) y el corrimiento al rojo (z) en el cual es computada. Como los halos se forman a partir de regiones en el campo de fluctuaciones inicial, para estimar $n(m, z)$ es necesario determinar la densidad numérica de aquellas regiones suficientemente densas como para colapsar. Press y Schechter (1974) propusieron un modelo para esto, que explicaremos a continuación, siguiendo a Sgró (2014). Ellos enunciaron la siguiente expresión:

$$\frac{m^2 n(m, z)}{\bar{\rho}} \frac{dm}{m} = \nu f(\nu) \frac{d\nu}{\nu} \quad (2.2)$$

donde $\bar{\rho}$ es la densidad media del Universo y

$$\nu f(\nu) = \sqrt{\frac{\nu}{2\pi}} \exp(-\nu/2) \nu \equiv \frac{\delta_{sc}^2(z)}{\sigma^2(m)} \quad (2.3)$$

Aquí δ_{sc} es la densidad crítica requerida para el colapso esférico en el tiempo z , extrapolada linealmente al presente usando la teoría lineal. En un universo Einstein-de Sitter (ver apéndice A), $\delta_{sc}(z = 0) = 1,686$, mientras que en otras cosmologías δ_{sc} depende suavemente de Ω_m y Ω_Λ (Eke *et al.*, 1996). En la ecuación 2.3, $\sigma^2(m)$ es la varianza en el campo de fluctuaciones inicial suavizado con un filtro de tipo escalón de escala $R = (3m/4\pi\bar{\rho})^{1/3}$, extrapolado al presente, utilizando la teoría lineal:

$$\sigma_{lin}^2(m) = \int_0^\infty \frac{dk}{k} \frac{k^3 P^{lin}(k)}{2\pi^2} |W(kR)| \quad (2.4)$$

donde $W(x) = (3/x^3) [\sin(x) - x \cos(x)]$ es la transformada de Fourier de un perfil de tipo escalón.

Si se expresa la función de masa a partir de $\nu \equiv [\delta_{sc}(z)/\sigma(m)]^2$, se logra que ésta tenga una forma universal, independiente del corrimiento al rojo y del espectro de potencia. Para construir una función de masa de este tipo, en primer lugar, debemos calcular la fluctuación de masa esperada en una región de cierto tamaño, en un campo gaussiano, caracterizado por su espectro de potencia $P(k)$,

$$\begin{aligned}\Delta^2(\bar{M}, t) &= \left\langle \left(\frac{M(\vec{x}, t) - \bar{M}}{\bar{M}} \right)^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{V_W^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \frac{k^3 |\delta(\vec{k}, t)|^2 V^3}{2\pi^2} |W(\vec{k})|^2 \\ &= D^2(t) \frac{1}{V_W^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \frac{k^3 |\delta(\vec{k}, t_i)|^2 V^3}{2\pi^2} |W(\vec{k})|^2 \\ &= D^2(t) \Delta^2(\bar{M}, t_i)\end{aligned}\tag{2.5}$$

donde $W(k)$ selecciona volúmenes de tamaño V_W y densidad media \bar{M} , δ^2 son las fluctuaciones en masa M alrededor de la masa media $\bar{M} = \bar{\rho}V_W$ y $\delta(\vec{k}, t)$ son las amplitudes del desarrollo de Fourier del campo de densidad

$$\rho(\vec{x}, t) = \bar{\rho}(t) \int \delta(\vec{k}, t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}) d\vec{k}\tag{2.6}$$

Dado un modelo cosmológico, podemos calcular el crecimiento lineal de las amplitudes a partir de algún tiempo inicial t_i , haciendo uso de que $\delta(\vec{k}, t) = D(t)\delta(\vec{k}, t_i)$ donde, para un universo Einstein-de Sitter, $D(t) = (\frac{t}{t_i})^{\frac{2}{3}}$.

Asumiendo que el campo $\delta(\vec{k}, t)$ es gaussiano para el momento t_i , se puede escribir el campo de fluctuaciones en densidad suavizado en la escala \bar{M} como:

$$\begin{aligned}\delta(\bar{M}, \vec{x}, t) &\equiv \int \bar{\rho}\delta(\vec{x}', t) W(\vec{x} - \vec{x}') d\vec{x}' \\ &= \sum_{\vec{k}} \bar{\rho} V \delta(\vec{k}, t) W(\vec{k}) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}) \\ &= \bar{\rho} D(t) \frac{V^2}{(2\pi)^3} \int \delta_i(\vec{k}, t_i) \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{x}) d\vec{k}\end{aligned}\tag{2.7}$$

Dado que $\delta(\vec{k}, t_i)$ es un campo gaussiano, $\delta(\bar{M}, \vec{x}, t)$ es una suma de campos gaussianos y, por lo tanto, es un campo gaussiano con media cero y varianza $\Delta(\bar{M}, t)$. Y su distribución de probabilidad es

$$P(\delta)d\delta = \frac{1}{(2\pi\Delta^2)^{(\frac{1}{2})}} \exp(-\frac{\delta^2}{2\Delta^2}) d\delta\tag{2.8}$$

Suponiendo que conocemos la forma del espectro de potencia: $P(k, t_i) \propto k^m$, la dependencia de Δ con la masa resulta

$$\Delta(\bar{M}, t) \propto D(t) \bar{M}^{-(m+3)/6}\tag{2.9}$$

Si tomamos, por ejemplo, $m = 2$, entonces, $\Delta(M, t) = A D(t)/M^{(1/6)}$, donde A es una constante, en escalas suficientemente grandes, tal que $\Delta(\bar{M}, t) \ll 1$, como $\delta(\bar{M}, \vec{x}, t)$ es un campo gaussiano con media cero y con muy poca dispersión, la mayoría de las fluctuaciones en estas escalas estarán en el régimen lineal $\delta < 1$. En escalas más pequeñas, en cambio, la dispersión es mayor, haciendo que algunas fluctuaciones posean $\delta \sim 1$. Estas últimas regiones del espacio se separarán de la expansión general del Universo y entrarán en el régimen no lineal, colapsarán y formarán, eventualmente, un halo virializado de materia oscura.

Para entender qué sucede con el campo de densidad a medida que el tiempo avanza, mantendremos la masa media (\bar{M}) constante. A medida que t crece, $D(t)$ también crece y, por lo tanto, la dispersión aumenta. Esto hace que, si bien el campo en escalas grandes es inicialmente lineal, luego alcanzará fluctuaciones con $\delta \sim 1$ para estas escalas, en algunas regiones del espacio. Entonces, objetos en escala de masa cada vez más grandes comenzarán a ingresar al régimen no lineal y a colapsar, lo que explica el crecimiento jerárquico de estructuras.

Teniendo en cuenta que δ_c , según el modelo del colapso esférico, es la densidad crítica a partir de la cual los objetos comienzan a colapsar, entonces, la fracción de las fluctuaciones para la cual la densidad media está por encima de la densidad umbral es:

$$\begin{aligned} F(\bar{M}, t) &= \int_{\delta_c}^{\infty} d\delta \frac{1}{(2\pi)^{1/2} D(t) \Delta(\bar{M}, t_i)} \exp(-\delta^2/2 D(t)^2 \Delta^2(\bar{M}, t_i)) \\ &= \int_{\delta_c/D\Delta}^{\infty} \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \exp(-x^2/2) dx \end{aligned} \quad (2.10)$$

donde $x = \delta_c/D\Delta$. Press y Schechter (1974) consideraron la hipótesis de que esta fracción puede ser identificada como la porción del Universo que ha colapsado en objetos de masa menor que \bar{M} . Además, como éstas ocupan un volumen $V = \bar{M}/\delta$, entonces

$$F(\bar{M}, t) = \int_{\bar{M}}^{\infty} n(\bar{M}) \frac{\bar{M}}{\bar{\rho}} d\bar{M} \quad (2.11)$$

Es importante notar que, si $\bar{M} \rightarrow 0$ en la ecuación 2.9, $\Delta \rightarrow \infty$ y la integral va de 0 hasta infinito, entonces, $F(\bar{M} \geq 0, t) = 1/2$. Esto quiere decir que sólo la mitad del Universo colapsa en objetos de algún tamaño. Esto, sin embargo, es contradictorio con el hecho de que, para masas suficientemente bajas, el campo de densidad siempre se vuelve no lineal y, por lo tanto, colapsaría en objetos suficientemente pequeños. Para superar este problema, Press y Schechter (1974) introdujeron arbitrariamente un factor 2 en la ecuación 2.10 y 2.11 para obtener una función de masa, $n(\bar{M}, t)$, como

$$\begin{aligned} n(\bar{M}, t) d\bar{M} &= -\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\bar{\rho}}{\bar{M}} \frac{\delta_c}{D(t) \Delta^2(\bar{M}, t)} \frac{d\Delta(\bar{M}, t)}{d\bar{M}} \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{\delta_c^2}{2 D^2(t) \Delta^2(\bar{M}, t)}\right] d\bar{M} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Esto cumple con la siguiente condición de normalización

$$\frac{1}{\bar{\rho}} \int \frac{dn}{d\bar{M}} \bar{M} d\bar{M} = \int f(\nu) d\nu = 1 \quad (2.13)$$

que indica que toda la materia se encuentra ligada a un halo de alguna masa.

Actualmente, la expresión 2.12 es conocida como la “función de masa de Press y Schechter”. Para un espectro de potencia de la forma $P(k) \propto k^m$, $\Delta(\bar{M}) \propto \bar{M}^{-(m+3)/6}$, la función de masa queda

$$n(\bar{M}, t) d\bar{M} = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi}\right)} \frac{\bar{\rho}}{\bar{M}} \left(1 + \frac{m}{3}\right) \left(\frac{\bar{M}}{M_*(t)}\right)^{(3+m)/6} \times \exp\left[-\left(\frac{\bar{M}}{M_*(t)}\right)^{(3+m)/3}\right] \frac{d\bar{M}}{\bar{M}} \quad (2.14)$$

donde $M_*(t)$ es la masa característica definida como la masa que tendría un objeto en el tiempo t , evolucionaría linealmente, cuya densidad al tiempo t_i era δ_{sc} : $D(t)\Delta(M_*(t), t_i) = \delta_{sc}$.

La función propuesta por Press y Schechter (1974) fue desarrollada a partir de suponer que los halos se forman a partir de pequeñas fluctuaciones gaussianas que crecen hasta alcanzar la densidad crítica y, a partir de ésta, comienzan a evolucionar según el modelo de colapso esférico. Pero Doroshkevich (1970) y Bardeen *et al.* (1986) observaron que, en un campo de densidad gaussiano, las perturbaciones son triaxiales y que, por esto, en comparación con simulaciones numéricas, la función de masa de Press y Schechter (1974) sobreestima la cantidad de objetos de baja masa. Sheth y Tormen (1999) propusieron que podía reducirse sustancialmente esta discrepancia si se asume la formación de estructuras a partir de un colapso elipsoidal. Teniendo en cuenta esto, propusieron una nueva forma funcional que considera los efectos del colapso no esférico y establecieron los parámetros de su modelo, a partir de ajustes en simulaciones numéricas:

$$\nu f(\nu) = A(p)(1 + (q\nu)^{-p}) \left(\frac{q\nu}{2\pi}\right)^{1/2} \exp(-q\nu/2) \quad (2.15)$$

donde $p \simeq 0,3$, $A(p) = [1 + 2^{-p} \Gamma(1/2 - p)/\sqrt{\pi}] \approx 0,3222$, y $q \approx 0,75$. Es importante notar que para $p = 1/2$ y $q = 1$, la expresión coincide con la ecuación 2.10. Para $\nu \ll 1$, $\nu f(\nu) \propto \nu^{0,5-p}$, mientras que el valor de $\nu = 1$ define la masa característica M_* . Esta última es $\sim 2 \times 10^{13} M_\odot$ en z_0 , por lo que la mayoría de los halos tienen una masa por debajo de ésta.

A pesar de que la función de Sheth y Tormen (1999) se ajusta mejor a las observaciones que las propuestas anteriormente, Jenkins *et al.* (2001) demostraron que ésta sobreestima la cantidad de halos de masas altas. Y, mediante el uso de simulaciones numéricas, propusieron una nueva forma funcional para la función de masa:

$$f(\sigma) = A \exp(-| \ln(\sigma^{-1}) - B |^\epsilon) \quad (2.16)$$

con $A = 0,315$, $B = 0,61$ y $\epsilon = 3,8$. Para la determinación de estos parámetros, se utilizaron simulaciones con diferentes corrimientos al rojo y condiciones iniciales. Esto se logró con una mayor precisión y sobre un rango más amplio de masas. Además, mostraron que si A era tomado como un parámetro libre de la función de masa, encontraron un ajuste todavía mejor ($A = 0,353$, $p = 0,175$ y $q = 0,73$), donde el 84 % de la masa se halla en halos.

2.3. El sesgo en la distribución de halos

Luego de entender la formación de los halos, surge la pregunta de si éstos trazan la distribución de la materia oscura. A continuación, estudiaremos esta distribución siguiendo los formalismos de Press y Schechter (1974) y Sheth y Tormen (1999).

Para poder estudiar esto, supondremos que se divide el Universo en celdas de un dado volumen comóvil V . Cada una de éstas podría contener diferentes cantidades de masa, M . Y, por lo tanto, tendrían diferentes densidades: $M/V \equiv \bar{\rho}(1 + \delta)$. Si definimos a $N(m, z_1|M, V, z_0)$ como el número medio de halos de masa m que colapsaron en z_1 , y se encuentran en celdas de tamaño V que contenían una cantidad de masa M en z_0 , podemos calcular su sobredensidad mediante la siguiente expresión:

$$\delta_h(m, z_1|M, V, z_0) = \frac{N(m, z_1|M, V, z_0)}{n(m, z_1)} - 1 \quad (2.17)$$

donde $n(m, z_1)$ es la función de masa estudiada en la sección anterior. Por lo tanto, es necesario describir a $N(m, z_1|M, V, z_0)$.

Para poder establecer cuál es el número de halos dentro del volumen V , se pueden pensar a éstos como regiones suficientemente densas como para colapsar. Entonces, el número de halos dentro de ese volumen es igual al tamaño inicial de V por la densidad numérica de regiones dentro de ese volumen que tengan una densidad suficientemente grande como para colapsar y formar halos. Si V es sobredenso hoy, su tamaño comóvil es más pequeño que su tamaño inicial. El tamaño comóvil inicial puede expresarse en función del volumen V como $M/\bar{\rho} = V(1 + \delta)$. Haciendo uso de esto último en la ecuación 2.17, podemos escribir $N(m, z_1|M, V, z_0) = n(m, z_1|M, V, z_0)V(1 + \delta)$ e intentar estimar la densidad numérica $n(m, z_1|M, V, z_0)$.

Como mostramos en la sección anterior, la densidad numérica media de halos $n(m, z_1)$ en función de la densidad crítica requerida por el modelo de colapso esférico en el tiempo z_1 ($\delta_{sc}(z_1)$) puede ser descripta por las ecuaciones 2.2 y 2.3. Podemos pensar a $n(m, z_1)$ como una descripción de la densidad numérica de halos en celdas extremadamente grandes y exactamente tan densas como el fondo del Universo: celdas tal que $M \rightarrow \infty$ y $\delta = 0$. Siguiendo la misma lógica, podemos considerar celdas más densas como regiones en las cuales la densidad crítica requerida para el colapso esférico es más fácil de alcanzar. Entonces, podemos generar una aproximación de $n(m, z_1|M, V, z_0)$ reemplazando δ_{sc} en la expresión de $n(m, z)$ por $\delta_{sc}(z_1) - \delta_0(\delta, z_0)$ (Mo y White, 1996). Es importante notar que $\delta_{sc}(z_1)$ ha sido extrapolado desde las condiciones iniciales usando la teoría lineal, mientras que δ es el valor real de la densidad y ha sido trasformada desde su valor en las condiciones iniciales usando la teoría no lineal. En cambio, $\delta_0(\delta, z_0)$ denota la densidad inicial que debe haber tenido una región para alcanzar δ en z_0 , extrapolada utilizando la teoría lineal.

De esta manera, podemos encontrar una estima razonable de la densidad de halos de masa m que se encuentran virializados a z_1 y están en celdas de volumen V , con masa M a z_0 :

$$\frac{m^2 n(m, z_1|M, V, z_0)}{\bar{\rho}} \frac{dm}{m} = \nu_{10} f(\nu_{10}) \frac{d\nu_{10}}{\nu_{10}} \quad (2.18)$$

donde $\nu_{10} = \frac{[\delta_{sc}(z_1) - \delta_0(\delta, z_0)]^2}{\sigma^2(m) - \sigma^2(M)}$ y $f(\nu)$ posee la forma funcional descripta en las ecuaciones 2.12 y 2.15.

A continuación, estudiaremos dos límites de la ecuación 2.18. El primero es cuando $V \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow \infty$ y $\delta_0 \rightarrow \delta_{sc}(z_0)$ independientemente del valor de M . Una región de tamaño pequeño que contienen una masa M es lo que nosotros llamamos un halo de masa M . Entonces, si tenemos un halo de una dada masa M a z_0 , $N(m, z_1|M, V = 0, z_0)$ es el número promedio de subhalos de masa m en tiempos anteriores ($z_1 \geq z_0$). Tomando este límite de la expresión 2.18, obtenemos lo que se conoce como función de “masa progenitora o condicional”. El otro límite a estudiar es aquel que se da cuando $V \rightarrow \infty$. Entonces $M \rightarrow \infty$, por lo tanto, $\sigma^2(M) \rightarrow 0$ y $|\delta| \rightarrow 0$. En este caso, como es esperable, la ecuación 2.18 se reduce a $n(m, z_1)$.

Continuando con el último límite estudiado, según Bernardeau (1994), podemos utilizar la siguiente aproximación de $\delta_0(\delta)$:

$$\frac{\delta_0}{1+z} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \delta^k = \delta - \frac{17}{21} \delta^2 + \frac{341}{567} \delta^3 - \frac{55805}{130977} \delta^4 + \dots \quad (2.19)$$

Como las celdas son grandes, la masa M contenida en ellas también y, por lo tanto, mayor que la masa m_* de un halo típico. Además, en este límite, $\sigma(M) \ll \sigma(m)$, prácticamente para todo valor de m , esto permite que consideremos que $\sigma(M) \rightarrow 0$. Entonces,

$$n(m, z_1|M, V, z_0) \approx n(m, z_1) - \delta_0(\delta, z_0) \left(\frac{\partial n(m, z_1)}{\partial \delta_{sc}} \right)_{\delta_{sc}(z_1)} + \dots \quad (2.20)$$

tal que

$$\delta_h(m, z_1|M, V, z_0) \approx \delta - (1 + \delta) \delta_0(\delta, z_0) \left(\frac{\partial \ln n(m, z_1)}{\partial \delta_{sc}} \right)_{\delta_{sc}(z_1)} \quad (2.21)$$

Si consideramos la función de masa de Sheth y Tormen (ecuación 2.15) y tomamos sólo los términos hasta el orden más bajo en δ , obtenemos:

$$\delta_h(m, z_1|M, V, z_0) \approx \delta \left(1 + \frac{q\nu - 1}{\delta_{sc}(z_1)} + \frac{2p/\delta_{sc}(z_1)}{1 + (q\nu)^p} \right) = b_1(m, z_1) \delta \quad (2.22)$$

Esta última expresión establece que la sobredensidad de halos en celdas de un tamaño suficientemente grande es linealmente proporcional a la sobredensidad de masa, y $b_1(m, z_1)$ es la constante de proporcionalidad. Es importante destacar que ésta depende de la masa de los halos y el corrimiento al rojo al que se virializaron, pero es independiente del tamaño de las celdas.

Para comprender mejor las implicancias de la ecuación 2.22, consideremos el caso $q = 1$ y $p = 0$. Esto hace que los halos masivos (con una masa superior a m_* y para los cuales $\nu > 1$) tendrán $b_1(m, z_1) > 1$, entonces, decimos que están sesgados respecto de la materia oscura, mientras que los halos menos masivos ($\nu < 1$) tendrán $b_1(m, z_1) < 1$ y los denominamos “halos antis sesgados”.

Pero la relación lineal que hemos obtenido sólo es válida en escalas grandes. Para extender el análisis, es necesario pensar la distribución de halos en función de la densidad de materia δ y expresarla en un desarrollo en serie de potencia:

$$\delta_h(k) = \sum_i b_i k^i \quad (2.23)$$

Utilizando la expresión de la función de masa de Sheth y Tormen en la ecuación 2.18, podemos encontrar los coeficientes del desarrollo. A continuación, se presentan los primeros de éstos (Mo *et al.*, 1997; Scoccimarro *et al.*, 2001):

$$\begin{aligned} b_1(m, z_1) &= 1 + \epsilon_1 + E_1 \\ b_2(m, z_1) &= 2(1 + a_2)(\epsilon_1 + E_1) + \epsilon_2 + E_2 \\ b_3(m, z_1) &= 6(a_2 + a_3)(\epsilon_1 + E_1) + 3(1 + a_1)(\epsilon_2 + E_2) + a_3 + E_3 \end{aligned} \quad (2.24)$$

donde

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{q\nu - 1}{\delta_{sc}(z_1)} \\ \epsilon_2 &= \frac{q\nu}{\delta_{sc}(z_1)} \frac{q\nu - 3}{\delta_{sc}(z_1)} \\ \epsilon_3 &= \frac{q\nu}{\delta_{sc}(z_1)} \left(\frac{q\nu - 3}{\delta_{sc}(z_1)} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

y

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{2p/\delta_{sc}(z_1)}{1 + (q\nu)^p} \\ \frac{E_2}{E_1} &= \frac{1 + 2p}{\delta_{sc}(z_1)} + \epsilon_2 \\ \frac{E_3}{E_1} &= \frac{4(p^2 - 1) + 6pq\nu}{\delta_{sc}^2(z_1)} + 3\epsilon_1^2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Es importante notar que los coeficientes de sesgo b_i cumplen con la relación de consistencia:

$$\int \frac{m n(m, z)}{\bar{\rho}} b_k(m, z) dm = \delta_{k,0} \quad (2.27)$$

donde $\delta_{k,0}$ es la delta de Kronecker. Teniendo en cuenta estas ecuaciones, los halos más masivos tienden a presentar un sesgo mayor respecto de la distribución de materia y, además, estos halos tienen un sesgo aún mayor en tiempos anteriores (corrimientos al rojo más altos).

Para concluir con esta sección, nos interesa mencionar que, cuando existe una relación lineal entre la distribución de halos y la de materia, los parámetros de dicho sesgo están completamente determinados por la función de masa de los halos. Si, en cambio, describimos la distribución de materia a partir de la teoría perturbativa, las predicciones de esta teoría y la función de masa dependen de la forma del espectro de potencia primordial. En este modelo, las fluctuaciones del espectro inicial de potencia son usadas para describir de manera completa el sesgo de los halos de materia oscura.

2.4. Perfil de densidad de los halos

Para continuar con la descripción de los halos de materia oscura, expondremos cómo se modela la distribución de materia dentro de éstos y obtendremos expresiones que serán de utilidad más adelante en el análisis de lentes gravitacionales y el modelo de halos.

Uno de los modelos más simples para describir el perfil de densidad de galaxias y cúmulos es el de la esfera singular isoterma (SIS, por sus siglas en inglés). Éste surge de suponer que el contenido de materia de los halos se comporta como un gas ideal confinado por un potencial gravitacional con simetría esférica. Se considera que este gas está en equilibrio térmico e hidrostático. A pesar de ser un modelo muy sencillo, una de sus virtudes es que permite reproducir las curvas de rotación planas de las galaxias. Su perfil de densidad está dado por:

$$\rho_{SIS}(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi Gr} \quad (2.28)$$

donde σ es la dispersión de velocidades de las partículas, que está vinculada con la velocidad circular de la forma $\sigma = v_c/\sqrt{2}$, y r es la distancia desde el centro de la esfera.

Para obtener la masa, debe integrarse el perfil de densidad y, en este caso, la masa SIS diverge como r^{-2} . Por lo tanto, si no se trunca en algún radio exterior, la masa es infinita. Entonces, para que el modelo sea aplicable a un sistema con masa finita, deben realizarse algunas modificaciones. Tal como será usado en nuestro trabajo, este perfil es ampliamente utilizado en los estudios de lentes gravitacionales; no así, para el modelo de halos.

Por otro lado, siguiendo lo planteado por Cooray y Sheth (2002), podemos pensar que, si los halos son picos de densidad, la densidad de un pico alto es menor que la de picos más pequeños, es decir, los picos más altos están menos concentrados centralmente. Por lo tanto, podríamos esperar que los halos virializados masivos también estén menos concentrados que los de baja masa. Pudieron encontrarse estas tendencias en simulaciones numéricas y esto dio origen a funciones de la siguiente forma:

$$\rho(r|m) = \frac{\rho_s}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^\beta} \quad (2.29)$$

donde r_s es el radio de escala, ρ_s la densidad a ese radio de escala.

Uno de los perfiles más utilizados son el propuesto por Navarro, Frenk y White (Navarro *et al.*, 1996, de ahora en más *NFW*), con $\alpha = 1$ y $\beta = 2$, que tiene una pendiente interior de -3 . Y el otro es el denominado M_{99} , propuesta por Moore *et al.* (1999), con $\alpha = \beta = 3/2$ y que tiene una pendiente interior de -1.4 . La diferencia entre los perfiles mencionados son apreciables principalmente en escalas pequeñas, tales que $r \ll r_s$.

A partir de la densidad, integrando el perfil hasta el radio viral (r_{vir}), se puede obtener la masa:

$$m = \int_0^{r_{vir}} 4\pi r^2 \rho(r|m) dr \quad (2.30)$$

Para el perfil de *NFW*:

$$m_{NFW} = 4\pi r_s^3 \rho_s \left[\ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \right] \quad (2.31)$$

Y para M_{99}

$$m_{M_{99}} = 4\pi r_s^3 \rho_s \frac{2 \ln(1 + c^{3/2})}{3} \quad (2.32)$$

en ambas expresiones $c = r_{vir}/r_s$ es el parámetro de concentración.

Es importante notar que, para el cálculo de la masa, hemos asumido que el perfil del halo debe ser truncado en r_{vir} , sin embargo, formalmente los perfiles de NFW y M_{99} se extienden hasta el infinito. Éstos decaen en radios grandes como r^{-3} y esto produce que la masa dentro de ellos diverja logarítmicamente. Entonces, la decisión de truncar los perfiles en el radio virial nos asegura que la masa en su interior sea la misma que la descrita por la función de masa discutida previamente.

Dado que la mayor parte de la masa está contenida en radios mucho menores que el r_{vir} , el valor ajustado de r_s no es muy sensible al r_{vir} límite. Las simulaciones, además, muestran que para halos de la misma masa puede ajustarse la distribución de probabilidad de que la concentración $c = r_s/r_{vir}$ mediante la siguiente expresión:

$$p(c|m, z) dc = \frac{d \ln c}{\sqrt{2\pi\sigma_c^2}} \exp \left[- \frac{\ln^2[c/\bar{c}(m, z)]}{2\sigma_{\ln c}^2} \right] \quad (2.33)$$

Aunque la concentración media $\bar{c}(m, z)$ depende de la masa del halo, el ancho de la distribución $\sigma_{\ln c}$, no. Esta dependencia para el perfil de NFW puede escribirse como:

$$\bar{c}_{NFW}(m, z) = \frac{9}{1+z} \left[\frac{m}{m_*(z)} \right]^{0.13} \quad (2.34)$$

donde $m_*(z)$ es la masa para la cual $\sigma(m, z) = \delta_c$ y para $\sigma_{\ln c} \approx 0.25$. Para el perfil M_{99} , en cambio, la relación es:

$$\bar{c}_{M_{99}} \approx \left(\frac{\bar{c}_{NFW}}{1.7} \right)^{0.9} \quad (2.35)$$

Cabe destacar que la ecuación 2.34 permite inferir que los halos menos masivos son, en promedio, más concentrados que aquellos más masivos.

Para el desarrollo subsiguiente del modelo de halos, nos será útil la transformada de Fourier del perfil de densidad de los halos de materia oscura. Para esto, es necesario expresar el perfil de densidad como:

$$u(r|m) = \frac{\rho(r|m)}{m} \quad (2.36)$$

la transformada de Fourier de esta cantidad es:

$$u(k|m) = \int u(r|m) 4\pi r^2 \frac{\sin(kr)}{kr} dr \quad (2.37)$$

para el perfil de NFW , la transformación queda expresada mediante la siguiente expresión analítica:

$$u(k|m) = \frac{4\pi\rho_s r_s^3}{m} \left[\sin(kr_s) Si([1+c]kr_s) - Si(kr_s) - \frac{\sin(ckr_s)}{(1+c)kr_s} + \cos(kr_s) [Ci([1+c]kr_s) - Ci(kr_s)] \right] \quad (2.38)$$

donde las funciones integrales seno y coseno están definidas por:

$$Ci(x) = \int_x^\infty -\frac{\cos(t)}{t} dt \quad (2.39)$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt \quad (2.40)$$

2.5. Modelo de halos

El modelo de Press y Schechter (1974) para la función de masa de los halos de materia oscura supone que toda la materia del Universo se encuentra agrupada en objetos virializados que conocemos como “halos”. A partir de esto y de las fórmulas anteriores que describen la distribución espacial de los halos, la abundancia y la densidad, siguiendo a Cooray y Sheth (2002), desarrollaremos la construcción del modelo de halos. A continuación, consideraremos en detalle el formalismo propuesto por Neyman y Scott (1952). Sin embargo, como éste fue redactado en términos de estadística discreta, es necesario extenderlo para poder utilizar distribuciones continuas de densidad. También, en vez de utilizar las cantidades en el espacio de coordenadas reales, llevaremos a cabo las transformaciones pertinentes para poder expresarlas en el espacio de Fourier, dado que de esta manera las cuentas son considerablemente más simples. Tampoco utilizaremos el modelo propuesto por ellos, ya que, en publicaciones posteriores, se han hallado modelos más realistas. Para escribir el modelo en función de un campo de densidad continua en el espacio de Fourier, tomaremos la formulación realizada por (Scherrer y Bertschinger, 1991). Ésta permite incorporar en el modelo correlaciones halo-halo más generales y realistas. Es importante tener en cuenta que este modelo se basa en dos hipótesis: que la función de correlación¹ en escalas pequeñas está dominado por la distribución de materia dentro de los halos, es decir, por su perfil de densidad; y que, en escalas grandes, la evolución del espectro de potencia primordial puede ser calculado mediante la teoría lineal, y, por lo tanto, la correlación en estas escalas está bien descrita por los resultados de ésta, modelados por los factores de sesgo.

En particular, realizaremos la descripción de la función de correlación bipuntual. Para esto, es necesario tener en cuenta que, para el modelo, toda la masa está contenida en halos que tienen un rango muy amplio de masas y perfiles de densidad. Por lo tanto, la

¹Consideramos que este concepto es básico dentro de los estudios estadísticos de la estructura en gran escala del Universo, por lo tanto y para poder continuar con el desarrollo del presente capítulo, suponemos que ya es conocido. Sin embargo, para complementar lo desarrollado aquí, en el apéndice B, presentamos y ejemplificamos la función de correlación y el espectro de potencia

densidad en la posición \vec{x} se obtiene sumando la contribución de cada uno:

$$\begin{aligned}
\rho(\vec{x}) &= \sum_i f_i(\vec{x} - \vec{x}_i) \\
&= \sum_i \rho(\vec{x} - \vec{x}_i | m_i) \\
&= \sum_i m_i u(\vec{x} - \vec{x}_i | m_i) \\
&= \sum_i \int dm d^3 \vec{x}' \delta(m - m_i) \delta(\vec{x}' - \vec{x}_i) m u(\vec{x} - \vec{x}' | m)
\end{aligned} \tag{2.41}$$

donde f_i denota el perfil de densidad del i ésimo halo, que se asume que está centrado en \vec{x}_i . La segunda ecuación sigue de asumir que la densidad alrededor del halo depende sólo de su masa, la forma de este perfil se parametriza por ρ , que depende de la distancia desde el centro del halo y la masa del halo. La tercera igualdad hace uso del perfil normalizado u ; y que, en la última expresión, es reemplaza por ρ dividida por la masa total contenida en el perfil: $\int d^3 x' u(x - x' | m) = 1$.

Una cantidad que será necesaria para construir el modelo es la densidad numérica de halos de masa m , dada por la siguiente expresión:

$$n(m) \equiv \left\langle \sum_i \delta(m - m_i) \delta^3(\vec{x}' - \vec{x}_i) \right\rangle \tag{2.42}$$

donde $\langle \dots \rangle$ denota un promedio sobre un conjunto de universos. Aquí es necesario que realicemos algunas aclaraciones sobre este promedio. Como puede observarse en lo tratado hasta ahora, tanto las condiciones iniciales como la evolución del Universo observado pueden entenderse como un resultado de acuerdo con una teoría probabilística. Pero, esto conlleva la dificultad de que no disponemos de más de una realización y, por lo tanto, no podemos contrastar dicha teoría. Sin embargo, si suponemos que las propiedades estadísticas del campo de densidad son invariantes ante traslaciones espaciales (y las observaciones parecen indicar esto), podemos recurrir a la llamada hipótesis ergódica. Ésta supone que regiones suficientemente separadas espacialmente, representan fluctuaciones en la estadística equivalentes a las que obtendríamos de tomar realizaciones independientes del ensamble teórico (Adler, 1981). Esto nos permite utilizar el operador $\langle \dots \rangle$ sin que sea necesario especificar si es un promedio espacial o sobre un ensamble.

Otra cantidad que necesitaremos es la densidad media $\bar{\rho}(x)$:

$$\begin{aligned}
\bar{\rho}(x) &= \langle \rho(x) \rangle = \left\langle \sum_i m_i u(\vec{x} - \vec{x}_i | m_i) \right\rangle \\
&= \int dm n(m) m \int d^3 \vec{x}' u(x - \vec{x}' | m) \\
&= \int dm n(m) m
\end{aligned} \tag{2.43}$$

donde el promedio anterior fue reemplazado por un promedio sobre la función de masa de los halos $n(m)$ y un promedio espacial.

Utilizando las expresiones que acabamos de obtener, podemos escribir la función de correlación (ver apéndice B) como:

$$\xi(\vec{x} - \vec{x}') = \xi^{1h}(\vec{x} - \vec{x}') + \xi^{2h}(\vec{x} - \vec{x}') \quad (2.44)$$

con

$$\begin{aligned} \xi^{1h}(\vec{x} - \vec{x}') &= \int dm \frac{m^2 n(m)}{\bar{\rho}^2} \int d^3y u(y|m) u(\vec{y} + \vec{x} - \vec{x}'|m) \\ \xi^{2h}(\vec{x} - \vec{x}') &= \int dm_1 \frac{m_1^2 n(m_1)}{\bar{\rho}} \int dm_2 \frac{m_2^2 n(m_2)}{\bar{\rho}} \\ &\quad \times \int d^3\vec{x}_1 u(\vec{x}' - \vec{x}_1|m_1) \int d^3\vec{x}_2 u(\vec{x}' - \vec{x}_2|m_2) \xi_{hh}(\vec{x}_1 - \vec{x}_2|m_1, m_2) \end{aligned}$$

donde el primer término describe el caso en el cual las dos contribuciones a la densidad son del mismo halo y, el segundo, el caso en el cual las dos contribuciones son de diferentes halos. Ambos términos requieren saber cómo dependen de la masa, tanto la abundancia como la densidad de los halos. El segundo término requiere también conocer $\xi_{hh}(\vec{x} - \vec{x}'|m_1, m_2)$, es decir, la función de correlación bipuntual de los halos de masa m_1 y m_2 .

El primer término es relativamente sencillo de calcular, ya que es sólo la convolución de dos perfiles similares de la forma $u(\vec{r}|m)$, ponderados por la densidad total de pares aportados por los halos de masa m . Este término se estudió en la década de 1970, antes de que las simulaciones numéricas proporcionaran modelos precisos de la abundancia de los halos y los perfiles de densidad (McClelland y Silk, 1978; Peebles, 1974). Los valores más realistas de éstos llegarían veinte años más tarde (Sheth y Jain, 1997).

El segundo término es más complicado. Si u_1 y u_2 fueran extremadamente puntiagudas, podríamos reemplazarlo por funciones delta de Dirac y las integrales sobre x_1 y x_2 producirían a $\xi_{hh}(\vec{x} - \vec{x}'|m_1, m_2)$. Escribiendo $\vec{x}_1 - \vec{x}_2 = (\vec{x} - \vec{x}') + (\vec{x}' - \vec{x}_2) - (\vec{x} - \vec{x}_1)$, podemos mostrar que esto también debería ser una aproximación razonable si $\xi_{hh}(\vec{r}|m_1, m_2)$ varía suavemente en escalas mayores que la extensión típicas de un halo. Además, siguiendo con la discusión de la sección anterior con respecto al sesgo de los halos, podemos afirmar que, en escalas grandes, es determinista:

$$\xi(\vec{r}|m_1, m_2) \approx b(m_1) b(m_2) \xi(\vec{r}) \quad (2.45)$$

Ahora $\xi(r)$ puede ser sacado fuera de las integrales sobre m_1 y m_2 , haciendo que éstas puedan separarse. La relación de consistencia 2.27 muestra que cada integral es igual a la unidad. Entonces, en escalas que son mucho mayores a las típicas de un halo $\xi^{2h}(\vec{r}) \approx \xi(\vec{r})$. Sin embargo, en grandes escalas $\xi(\vec{r}) \approx \xi^{lin}(\vec{r})$ y, entonces, el término de dos halos es muy simple: $\xi^{2h} \approx \xi^{lin}(\vec{r})$.

El ajuste $\xi_{hh}(\vec{r}|m_1, m_2) \approx b(m_1)b(m_2)\xi(\vec{r})$ puede sobreestimar el valor correcto en escalas intermedias. Además, en pequeñas escalas, la función de correlación halo - halo debe, eventualmente, caer. Esto es debido a que los halos son espacialmente exclusivos, por lo que cada halo es como una pequeña esfera. Teniendo en cuenta que $\xi(\vec{r})$ es una

estimación grosera, usar $\xi_{hh}(\vec{r}|m_1, m_2) \approx b(m_1)b(m_2)\xi^{lin}(\vec{r})$, es decir, usar la función de correlación lineal en lugar de la total, incluso en escalas más pequeñas, es una manera tosca pero conveniente de computar esta sobreestimación. Los resultados de Sheth y Lemson (1999), por ejemplo, muestran que no es realmente necesaria una gran precisión, ya que, a pequeña escala, la función de correlación está casi solamente determinada por el término de un halo.

Aunque casi todos los trabajos usan esta aproximación, es importante tener en cuenta que esa forma de hacerlo está motivada principalmente en la conveniencia. Por ejemplo, si los efectos de exclusión de volumen sólo son importantes en escalas muy pequeñas, entonces, utilizar la aproximación de la teoría de perturbación en lugar de la utilización de la teoría lineal simple, puede proporcionar una mejor aproximación.

Como la función de correlación del modelo implica convoluciones, es mucho más fácil trabajar en el espacio de Fourier: las convoluciones de los perfiles de densidad del espacio real se convierten en productos simples para las transformadas de Fourier de los perfiles de los halos. Por lo tanto, podemos escribir el espectro de potencia (dado que éste último es la transformada de Fourier de la función de correlación, ver apéndice B) de la materia oscura como:

$$\begin{aligned}
P(\vec{k}) &= P^{1h} + P^{2h}, \text{ donde} \\
P^{1h}(\vec{k}) &= \int dm n(m) \left(\frac{m}{\bar{\rho}}\right)^2 |u(\vec{k}|m)|^2 \\
P^{2h}(\vec{k}) &= \int dm_1 n(m_1) \left(\frac{m_1}{\bar{\rho}}\right)^2 |u(\vec{k}|m_1)|^2 \int dm_2 n(m_2) \left(\frac{m_2}{\bar{\rho}}\right)^2 |u(\vec{k}|m_2)|^2 P_{hh}(\vec{k}|m_1, m_2)
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Aquí, $u(\vec{k}|m)$ es la transformada de Fourier de la distribución de materia oscura dentro de un halo de masa m (ecuación 2.38, para el perfil *NFW*) y $P_{hh}(\vec{k}|m_1, m_2)$ representa el espectro de potencia de halos de masa m_1 y m_2 . Luego de la discusión de la función de correlación halo-halo, podemos aproximarla por

$$P_{hh}(\vec{k}|m_1, m_2) \approx \prod_{i=0}^2 b_i(m_i) P^{lim}(\vec{k}) \tag{2.47}$$

teniendo en cuenta que la estimación de la teoría perturbativa puede ser más precisa que la obtenida mediante la estimación lineal.

Hasta ahora, hemos realizado una descripción teniendo en cuenta sólo la materia oscura. Y, si bien ésta constituye la mayor parte de la materia, no puede determinarse directamente su distribución y aún no sabemos cómo está compuesta. En cambio, podemos realizar mediciones a partir de la materia bariónica. En el próximo capítulo, presentaremos algunas herramientas estadísticas que nos permitirán vincular el modelo de halos con las mediciones realizadas, utilizando los grandes catálogos de galaxias.

Capítulo 3

Relación entre la distribución de la materia oscura y la distribución de las galaxias

No se les puede pedir a los científicos y a los técnicos que dejen de ser humanos; sin embargo, sólo unos autómatas míticos podrían ofrecer el tipo de certeza que los científicos han hecho que esperemos de ellos mismos

Collins y Pinch

En este capítulo, se presenta la distribución de ocupación de halos (DOH), el tema central del presente trabajo. Para poder introducir este concepto y su importancia, comenzamos mencionando la discrepancia entre la distribución de galaxias y de materia oscura. Luego, relatamos cómo se identifican los grupos de galaxias y cómo se estudia dicha relación mediante simulaciones y catálogos sintéticos. Más adelante, una vez definida la distribución de ocupación de halos, describimos algunos estudios importantes vinculados a los nuestros y, finalmente, cómo es que la DOH puede utilizarse para extender el modelo de halos y obtener así un modelo para la distribución de materia bariónica.

3.1. Diferencias entre la distribución de galaxias y materia oscura

En el capítulo anterior, describimos el modelo de halos para la distribución de materia oscura. Si bien esta distribución puede ser estudiada teóricamente o mediante simulaciones numéricas, no puede ser observada directamente. La distribución de galaxias, en cambio, puede ser determinada mediante observaciones, pero no necesariamente se corresponde con la de la materia oscura subyacente. A continuación, mostraremos la discrepancia entre ambas distribuciones y el enfoque más aceptado que permite explicarla.

Una de las formas de estudiar la distribución de materia es mediante el espectro de potencia (ver definición en el apéndice B). Si se compara el espectro de potencia teórico de distribución de materia oscura con el determinado a partir de las galaxias, como se

muestra en la figura 3.1, vemos que hay una discrepancia entre ambas. La distribución de galaxias del catálogo PSCz¹, representada en la figura por los círculos azules, se comporta como una ley de potencia en un amplio rango de escalas, mientras que el espectro de potencia teórico de materia oscura, la línea negra sólida, no. Esta discrepancia indica que el sesgo de la distribución de galaxias respecto de la materia depende de la escala.

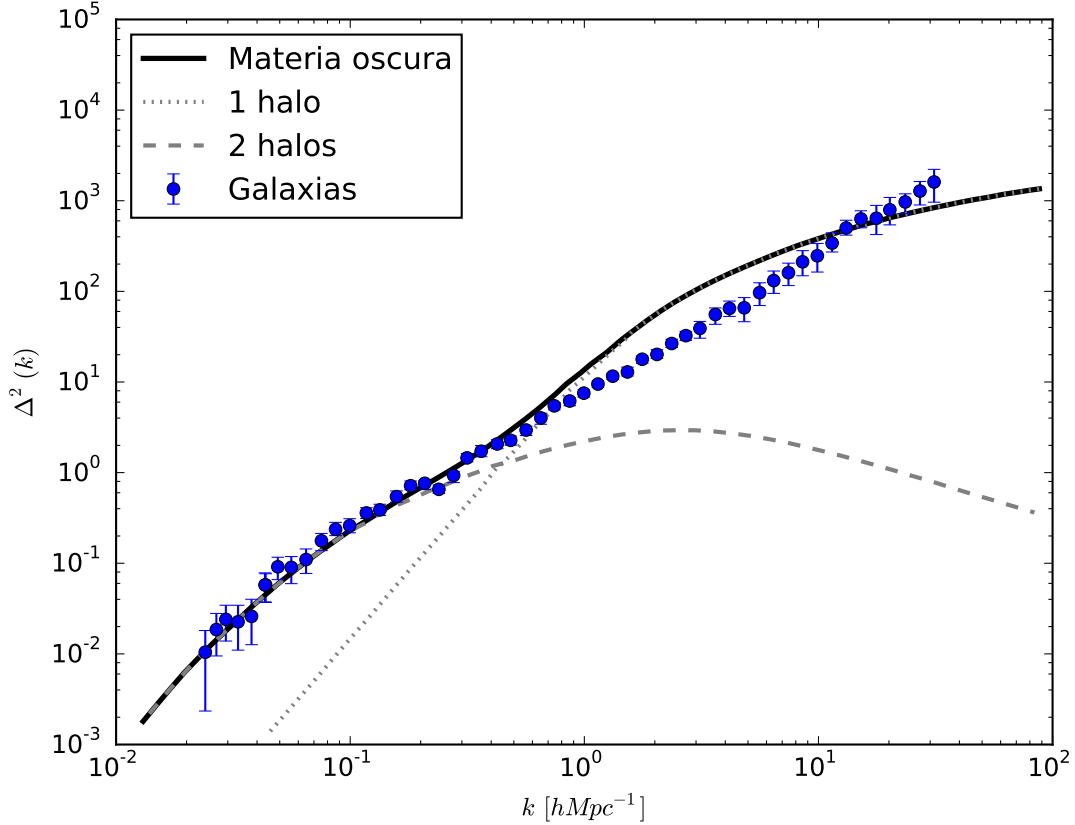


Figura 3.1: Espectro de potencia de las galaxias del catálogo PSCz (círculos azules) comparada con el espectro de potencia de la materia oscura en un modelo Λ CDM (línea Sólida). La amplitud del espectro de la materia oscura fue ajustado para igualar los datos en escalas grandes. *Figura extraída y adaptada de Cooray y Sheth (2002), página 63.*

Se puede entender la discrepancia entre galaxias y materia oscura mediante el enfoque descrito por White y Rees (1978). Estos autores establecieron que la componente bariónica gaseosa puede enfriarse y formar estrellas sólo si se encuentra en pozos de potencial de materia oscura, es decir, de halos. Como resultado, se espera que todas las galaxias estén embebidas en un halo. Los más masivos pueden contener varias galaxias y, en este caso, pueden asociarse la posición de las galaxias con la de subhalos dentro de los halos más masivos. Mientras que algunos halos, típicamente de baja masa, podrían no contener galaxias.

En este contexto, las propiedades de la población son determinados por una gran cantidad de procesos entre los que se encuentran: la acreción de material, el calentamiento y

¹IRAS Point Source Catalog Redshift Survey (Hamilton *et al.*, 2000).

enfriamiento del gas, la tasa de formación estelar, los efectos de la evolución estelar en el reservorio de gas frío, el crecimiento de los agujeros negros supermasivos, la retroalimentación debido a supernovas y AGNs, las fusiones y el momento angular de los halos que le dieron origen. Una de las formas de abordar estos estudios es profundizar en la manera en que, estadísticamente, las galaxias pueblan los halos, según su masa.

3.2. Materia oscura y catálogos de galaxias

Como fue mencionado en la sección anterior, actualmente está ampliamente aceptado que las galaxias se forman y evolucionan en el interior de halos de materia oscura. Entonces, los estudios de la distribución de galaxias y los intentos por establecer una relación entre éstas y la cantidad de materia oscura pueden ayudarnos a comprender mejor la composición del Universo y explicar la diferencia entre las distribuciones de materia bariónica y oscura. Para esto, es necesario contar con información de la mayor cantidad posible de galaxias y realizar estudios estadísticos. En este contexto, los grandes relevamientos de galaxias son una herramienta fundamental, ya que proveen los datos necesarios para dichos estudios.

3.2.1. Catálogo de galaxias Sloan (SDSS)

El relevamiento de galaxias *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS) es uno de los mapeos del cielo más detallado que se han realizado hasta la fecha. Tiene como principal objetivo el estudio de la estructura en gran escala del Universo, y produce además, datos para otras áreas de estudio.

Este catálogo brinda información detallada de la posición, brillo en cinco bandas fotométricas (u, g, r, i, z) y espectros en un área de aproximadamente un cuarto del cielo (por los procedimientos utilizados para el muestreo, el número de objetos fotométricos es muy superior al número de objetos espectroscópicos). Además, a partir de los espectros se determinaron los corrimientos al rojo de galaxias y quásares (York *et al.*, 2000).

Los datos se obtuvieron con el telescopio de 2,5 m del Observatorio Apache Point situado en los Montes Sacramentos (Nuevo México, Estados Unidos). Este telescopio aloja dos instrumentos: una cámara de gran campo y un espectrógrafo. El primero posee un campo de visión de 3° con 24 CCDs de 2048×2048 píxeles cada uno, y permite cubrir un área grande del cielo. Las imágenes tienen un tiempo de exposición efectivo de 54,1 s y fueron relevados 18,75 grados cuadrados por hora en cada una de las cinco bandas. A partir de estos datos fotométricos, se seleccionaron objetos a los cuales se les midieron los espectros utilizando el segundo instrumento. Éste permite obtener 1000 espectros simultáneos en un amplio rango de cobertura (3800 a 9200 Å) con una resolución de $\lambda/\Delta\lambda \simeq 2000$.

La adquisición de datos comenzó en el 2000, y, hasta la fecha, se han liberado 14 conjuntos de datos² que contienen información espectroscópica y fotométrica y, también, relevamientos específicos de diferentes partes del cielo. En este trabajo, haremos referencia a varios conjuntos de estos datos, aclarando y fundamentando correspondientemente su

²A cada uno de estos conjuntos de datos se les denomina DR1 a DR14, según el orden en el que han sido liberados.

uso. Los datos de este catálogo se publican en Internet y, mediante un servidor SQL, se pueden descargar imágenes, espectros y tablas de datos.³

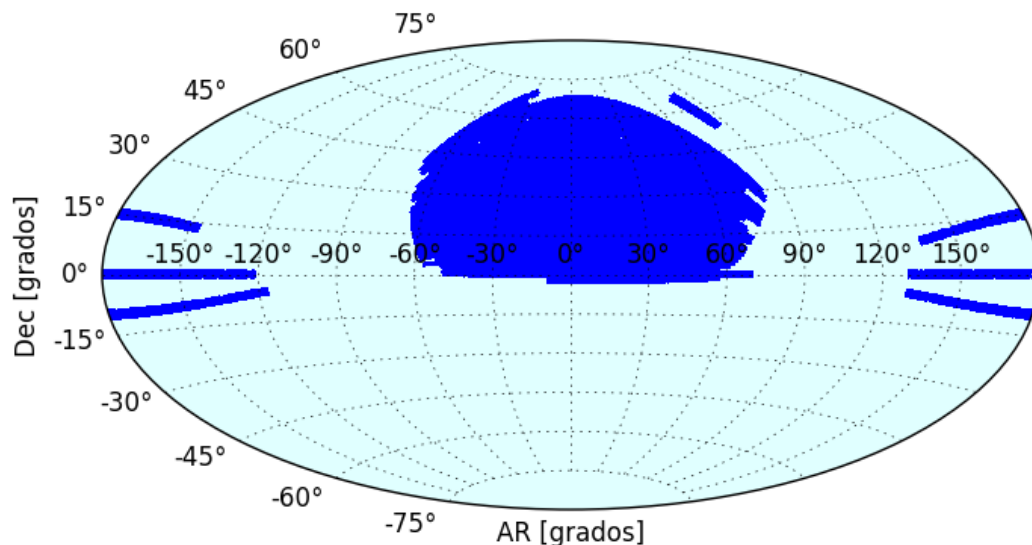


Figura 3.2: Cobertura del cielo del catálogo SDSS-DR7 espectroscópico. Proyección Aitoff en coordenadas ecuatoriales. Este gráfico fue realizado utilizando los datos descargados de Internet mediante el servidor SQL.

3.2.2. Identificación de grupos de galaxias

Como un primer paso para estimar cómo se relacionan el agrupamiento de la materia oscura y el de las galaxias, se puede pensar a las galaxias y grupos de galaxias como una representación de los halos. Entonces, identificando grupos de galaxias y determinando qué masa poseen los halos que los alojan, se pueden relacionar ambas distribuciones.

Existen diversos algoritmos para identificar grupos de galaxias. A continuación, describiremos dos de los procedimientos más utilizados, intentando mostrar sus diferencias. Para comenzar a explicarlos, es importante aclarar que, para ambos, se necesita contar con un catálogo espectroscópico de galaxias con sus respectivas determinaciones de posiciones y corrimiento al rojo.

³En el sitio www.sdss.org, se brinda información detallada del relevamiento y de cómo realizar las descargas.

Amigos de los amigos

De este algoritmo, también denominado “FOF” (por las siglas en inglés de *friends of friends*), describiremos, en particular, el método propuesto por Huchra y Geller (1982) y modificado e implementado en el SDSS DR3 por Merchán y Zandivarez (2005). Éste permite encontrar contornos de isodensidad en una muestra de galaxias con una magnitud aparente límite, m_{lim} .

Para comenzar, se toma una galaxia que no haya sido asignada previamente a un grupo, y se buscan alrededor galaxias que satisfagan una condición de proximidad:

$$D_{ij} = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \frac{V}{H_0} \leq D_L(V_i, V_j, m_i, m_j) \quad (3.1)$$

donde

$$V = \frac{V_i + V_j}{2} \quad (3.2)$$

y una condición sobre las velocidades radiales, tal que:

$$v_j = |V_i - V_j| \leq V_L(V_i, V_j, m_i, m_j) \quad (3.3)$$

donde V_i y V_j hacen referencia a las velocidades radiales de la galaxia y su vecina, respectivamente; m_i y m_j a sus magnitudes aparentes, θ a su separación angular y H_0 es la constante de Hubble. Si ninguna galaxia cumple con estas condiciones, entonces se la define como galaxia aislada; de lo contrario, la galaxia junto con todas sus vecinas son incluidas en el grupo.

El procedimiento mencionado anteriormente es aplicado iterativamente sobre las galaxias vecinas que cumplieron con las condiciones hasta que no se encuentren más miembros y, cada vez que se halla una galaxia que satisface las condiciones, es incluida en el grupo.

Para la elección de D_L y V_L se debe tener en cuenta la variación de la muestra, debido al corte en magnitud aparente en función de la distancia. Para esto, se asume que la función de luminosidad es independiente de la distancia y la posición. Para cada par, se define entonces:

$$D_L = D_0 \left[\frac{\int_{-\infty}^{M_{ij}} \Phi(M) dM}{\int_{-\infty}^{M_{lim}} \Phi(M) dM} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (3.4)$$

donde

$$M_{lim} = m_{lim} - 25 - 5 \log \left(\frac{V_F}{H_0} \right) \quad (3.5)$$

y

$$M_{ij} = m_{lim} - 25 - 5 \log \left(\frac{V}{H_0} \right) \quad (3.6)$$

donde $\Phi(M)$ es la función de luminosidad y D_0 , la separación proyectada elegida a la distancia fiducial V_F/H_0 en Mpc s. A partir de esta definición, el contorno de sobredensidad en el que está encerrado cada grupo está dado por:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{3}{4\pi D_0^3} \left[\int_{-\infty}^{M_{lim}} \Phi(M) dM \right]^{-1} - 1 \quad (3.7)$$

Al igual que D_L , la diferencia de velocidades V_L es escalada con el corrimiento al rojo, es decir:

$$V_L = V_0 \left[\frac{\int_{-\infty}^{M_{ij}} \Phi(M) dM}{\int_{-\infty}^{M_{lim}} \Phi(M) dM} \right]^{-\frac{1}{3}} \quad (3.8)$$

Una vez que han sido identificados los grupos y las galaxias que componen estos grupos, se puede calcular para cada uno de ellos la dispersión de velocidades en la dirección de la visual, σ_v , y el radio virial R_V , definido como

$$R_V = \frac{\pi}{2} \frac{N_g(N_g - 1)}{\sum_{i>j} R_{ij}^{-1}} \quad (3.9)$$

donde N_g es el número de galaxias en el grupo y R_{ij} es la distancia proyectada entre la i -ésima y la j -ésima galaxia del grupo.

Puede obtenerse la dispersión de velocidad tridimensional σ a partir de la dispersión medida a lo largo de la línea de la visual:

$$\sigma = \sqrt{3} \sigma_v \quad (3.10)$$

A partir de σ y de R_V , puede obtenerse una estima de la masa o masa virial M_{vir} . Para esto, puede suponerse que los grupos se encuentran en un estado relajado y, por lo tanto, que se cumple el teorema del virial:

$$2E_c + E_p = 0 \quad (3.11)$$

donde E_c y E_p son las energías cinéticas y potencial del grupo, respectivamente. Luego, la masa puede ser calculada como

$$M_{vir} = \frac{\sigma^2 R_{vir}}{G} \quad (3.12)$$

Este método ha mostrado gran eficiencia en la búsqueda de grupos y en su correspondiente asignación de masa (basada en criterios dinámicos). Sin embargo, una de sus principales limitaciones es que, de los sistemas de galaxias identificados, sólo son confiables aquellos que tienen más de cuatro miembros.

Buscador adaptativo de grupos basado en halos

Este algoritmo es el presentado por Yang *et al.* (2005) y fue implementado en el SDSS DR4 en Yang *et al.* (2007). La principal diferencia con el método presentado anteriormente es que es iterativo y se basa en un filtro adaptativo que se modela en función de las propiedades generales de los halos de materia oscura. Además, a diferencia del método FOF tradicional, este buscador de grupos también es capaz de identificar grupos con un solo miembro brillante, lo que hace posible muestrear un rango dinámico más amplio de masas de grupos de galaxias y, por lo tanto, estudiar la forma en que las galaxias pueblan los halos poco masivos.

A continuación, describiremos brevemente los pasos a seguir para implementar este método:

1. *Encontrar los centros de los potenciales grupos.* Se utiliza una combinación de dos métodos para identificar los centros y miembros de los potenciales grupos en el espacio de los corrimientos al rojo. En primer lugar, se utiliza el algoritmo FOF tradicional con longitudes de enlace muy pequeñas para asignar galaxias a los grupos. Se asumen como centros de los potenciales grupos los centros geométricos pesados en luminosidad de todos los grupos FOF así identificados con dos o más miembros. Luego, las galaxias que aún no han sido asignadas a ningún grupo FOF son tratadas también como centros tentativos de potenciales grupos.
2. *Determinar la luminosidad característica de cada grupo tentativo.* Para poder comparar los diferentes grupos, se define la luminosidad característica del grupo, $L_{19,5}$, como la luminosidad combinada de todos los miembros del grupo con una magnitud absoluta $M \leq -19,5$.
3. *Estimación de la masa, el tamaño, y la dispersión de velocidades del halo de materia oscura grupo potencial.* Utilizando el valor de $L_{19,5}$ se asigna al halo correspondiente a cada grupo una masa que se utilizará en los siguientes pasos para determinar los miembros del grupo. En la primera iteración, simplemente, se adopta una relación masa-luminosidad constante, $M_h/L_{19,5} = 500hM_\odot/L_\odot$ para todos los grupos (el método es poco sensible a este valor). En las iteraciones posteriores, sin embargo, se utiliza la relación $M_h/L_{19,5} - L_{19,5}$ obtenida de la iteración anterior. A partir de la masa y de la definición de una sobredensidad, puede obtenerse el radio correspondiente a dicha sobredensidad y la dispersión de velocidades de ese halo.
4. *Actualización de las membresía de los grupos utilizando la información del halo.* Una vez que se tiene el centro del grupo y una estimación tentativa del tamaño, la masa y la dispersión de velocidades del halo asociado a él, se pueden asignar galaxias al grupo. Utilizando estas propiedades del halo, si se supone que la distribución de las galaxias en el espacio de las fases sigue el de las partículas de materia oscura, se puede escribir el contraste de densidad numérica de galaxias en el espacio de los corrimientos al rojo. Si se asume que el centro del grupo coincide con el centro del halo (z_{grupo}), puede escribirse la probabilidad de que las galaxias pertenezcan a éste como:

$$P_M(R, \Delta z) = \frac{H_0}{c} \frac{\Sigma(R)}{\bar{\rho}} p(\Delta z) \quad (3.13)$$

donde R es el radio proyectado entre la galaxia y el centro del grupo, c la velocidad de la luz, Δz la diferencia entre el corrimiento al rojo del grupo y cada galaxia, $\bar{\rho}$ es la densidad media del Universo y $\Sigma(R)$ es la densidad superficial proyectada de un perfil NFW esférico:

$$\Sigma(R) = r_s \bar{\delta} \bar{\rho} f(R/r_s) \quad (3.14)$$

donde r_s es el radio de escala y $f(R/r_s)$ describe la relación entre este último y el radio proyectado R . La función $p(\Delta z)d\Delta z$ describe la distribución del corrimiento al rojo de las galaxias dentro del halo y, si se asume que tiene forma gaussiana, puede escribirse como:

$$p(\Delta z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{-(c\Delta z)^2}{\sigma(1 + z_{grupo}) \exp\left[\frac{-(c\Delta z)^2}{2\sigma^2(1 + z_{grupo})^2}\right]} \quad (3.15)$$

donde σ es la dispersión de velocidades de un sistema en reposo. Así definido, $P_M(R, \Delta z)$ es el contraste de densidad tridimensional en el espacio de corrimientos al rojo. Para decidir si una galaxia debe ser asignada a un grupo, se calcula el P_M correspondiente a esta para todos los grupos y si $P_M(R, \Delta z) \geq B$, con B igual a algún valor elegido (en el caso de Yang *et al.*, 2007, $B = 10$), la galaxia es asignada al grupo. Si la galaxia cumple este último criterio para más de un grupo, sólo es asignada a aquel para el que $P_M(R, \Delta z)$ es mayor. Finalmente, si todos los miembros de un grupo pueden ser asignados a otro, ambos se fusionan formando un solo grupo.

5. *Iterar.* A partir de las membresías obtenidas en el paso anterior, se recalculan los centros de los grupos y se vuelve al paso 2. La iteración finaliza cuando la relación $M_h/L_{19,5} - L_{19,5}$ converge. Esto, en general, toma sólo unas tres o cuatro iteraciones.

3.2.3. Determinación de masas a partir de lentes gravitacionales

En la sección anterior, se describió como, a partir de la identificación de grupos, se obtienen las posiciones, los miembros de cada uno de éstos y una estima de sus masas. En esta sección, describimos cómo se determinan las masas de los sistemas de galaxias utilizando información proveniente de relevamientos de galaxias pero, a través de lentes gravitacionales. La aplicación del análisis de lentes gravitacionales puede brindarnos una estima de la masa de los halos de materia oscura en los que están embebidas las galaxias del sistema. Y, además, tiene como ventaja la obtención de masas para grupos con pocos miembros, cuyas determinaciones dinámicas no son posibles o tienen una gran incerteza.

El efecto de lente gravitacional ocasiona que las galaxias de fondo observadas detrás de sistemas de galaxias se distorsionen debido al potencial gravitatorio del halo, dando lugar en las observaciones a arcos e imágenes múltiples. A este efecto se le conoce como lente gravitacional fuerte, sucede principalmente en las partes centrales de cúmulos y puede utilizarse para determinar la distribución de masa de estos sistemas. Para esto, se asume un modelo para dicha distribución de masa y se fijan sus parámetros a partir de las posiciones de las observaciones, de tal manera que expliquen la presencia de los arcos.

También pueden realizarse análisis de lentes gravitacionales en galaxias o sistemas de galaxias que no cuentan con arcos o imágenes múltiples, a partir de las denominadas lentes gravitacionales débiles. Este fenómeno permite estudiar las distribuciones de masa en regiones angulares grandes con respecto al centro del sistema y, de esta manera, se obtiene información acerca de la densidad de masa en distancias muy superiores al radio virial. Además, posibilita la reconstrucción de la distribución proyectada de masa del grupo, sin realizar consideraciones dinámicas.

A continuación realizaremos una breve descripción de cómo se realiza el análisis de lentes débiles. Nos enfocamos en este tipo de lentes gravitacionales porque serán necesarios para entender algunos de los resultados obtenidos en este trabajo.

La ecuación de la lente

Para analizar el efecto de lente gravitacional, es decir, la distorsión que sufre la trayectoria de la luz proveniente de un objeto lejano al atravesar una región afectada por un objeto masivo, se puede utilizar el esquema presentado en la figura 3.3.

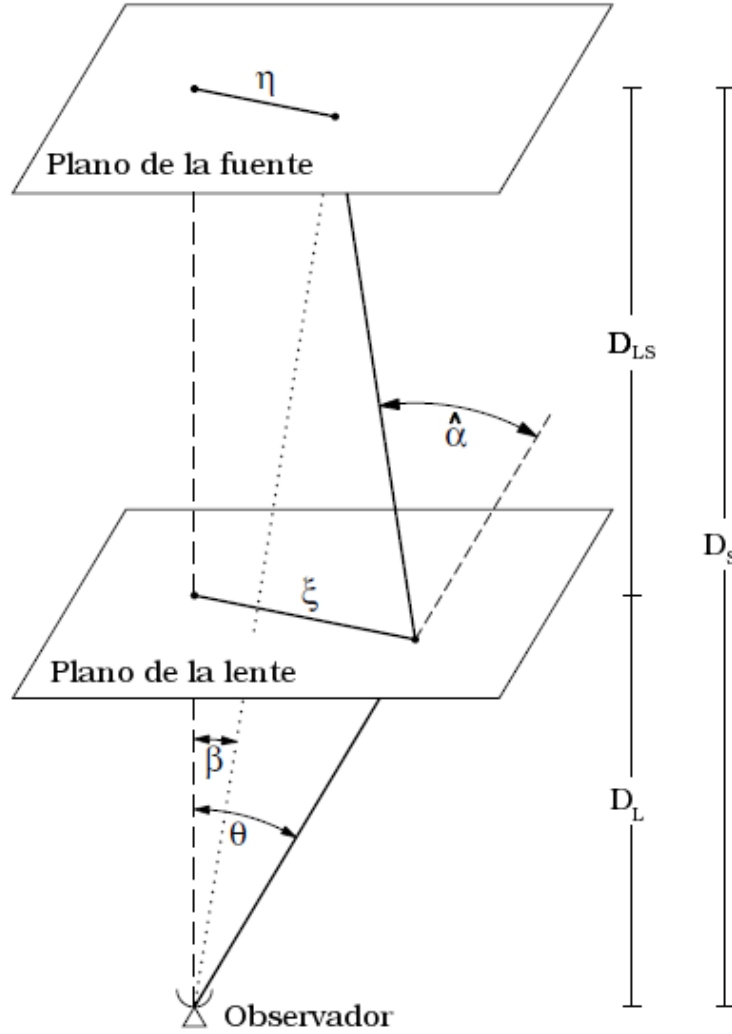


Figura 3.3: Esquema general de una lente gravitacional. *Adaptado de Schneider et al. (2004)*

En la figura 3.3, se asume una lente gravitacional bidimensional, es decir, que todo el efecto de lente sucede a una misma distancia del observador, D_L . La fuente se encuentra situada a una distancia D_S y los rayos provenientes de ésta se curvan en proximidades de la masa, que actúa como lente (éstos están representados en la figura con líneas sólidas). La desviación que sufre el rayo está descrita por el ángulo de deflexión $\hat{\alpha}$, que depende de la distribución de la masa de la lente y del parámetro de impacto $\vec{\xi}$. La distancia entre el plano de la fuente y el de la lente es D_{LS} .

Si asumimos, como se observa en la figura 3.3, que los planos de la lente y de la fuente son perpendiculares al eje óptico. Y si, además, consideramos que los ángulos involucrados son pequeños ($\sin \hat{\alpha} \approx \tan \hat{\alpha} \approx \hat{\alpha}$). Puede deducirse la siguiente ecuación:

$$\vec{\eta} = \frac{D_S}{D_L} \vec{\xi} - D_{LS} \hat{\alpha}(\vec{\xi}) \quad (3.16)$$

donde D_{LS} es la distancia diámetro - angular de la lente a la fuente.

Si introducimos las siguientes coordenadas angulares $\vec{\eta} = D_S \vec{\beta}$ y $\vec{\xi} = D_L \theta$, y si definimos el ángulo de deflexión escalado como:

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{D_{LS}}{D_S} \vec{\alpha}(\vec{\xi}) \quad (3.17)$$

se obtiene la ecuación de la lente:

$$\vec{\beta} = \vec{\theta} - \vec{\alpha}(\vec{\theta}) \quad (3.18)$$

Esta ecuación relaciona la posición de la fuente con su posición observada en el cielo: la imagen de una fuente que se encuentra a una distancia angular $\vec{\beta}$ del eje óptico, se observará a una distancia $\vec{\theta}$. En los casos en los cuales exista más de una $\vec{\theta}$ que satisfaga la ecuación 3.18 la lente producirá imágenes múltiples.

Si definimos la densidad superficial de masa Σ_{cr} como:

$$\Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_L D_{LS}} \quad (3.19)$$

y la convergencia $\kappa(\vec{\theta})$ como:

$$\kappa(\vec{\theta}) = \frac{\Sigma(D_L \vec{\theta})}{\Sigma_{cr}} \quad (3.20)$$

podemos expresar el ángulo de deflexión escalado en función de estas cantidades:

$$\vec{\alpha}(\vec{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{\mathbb{R}^2} \kappa(\vec{\theta}') \frac{\vec{\theta} - \vec{\theta}'}{|\vec{\theta} - \vec{\theta}'|^2} d^2\theta' \quad (3.21)$$

Por lo tanto, la deflexión de la luz depende de la posición inicial del rayo de luz. Esto produce que se modifiquen las formas originales de aquellas fuentes que son objetos extendidos. En general, para encontrar la forma de la imagen resultante es necesario resolver la ecuación de la lente para cada uno de los rayos de luz que componen la fuente. Sin embargo, si analizamos el efecto de lente gravitacional como una transformación lineal, podemos describir las distorsiones que sufre una fuente extendida infinitesimal, a partir de la matriz Jacobiana asociada a la transformación. En las cercanías de un punto arbitrario, la transformación de la lente puede describirse a partir de la siguiente matriz jacobiana:

$$\mathcal{A}(\vec{\theta}) = \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial \vec{\theta}} \quad (3.22)$$

Si definimos a γ como un pseudo vector en el plano de la lente denominado *shear*⁴, y a φ como la dirección de la deformación introducida por el *shear*, relativo al sistema de coordenadas, podemos expresar a la matriz jacobiana como:

$$\mathcal{A}(\vec{\theta}) = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ \sin(2\varphi) & -\cos(2\varphi) \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Esta última expresión explica el significado de la convergencia y el *shear*. La distorsión producida por la convergencia es isótropa, es decir, la imagen sólo es escalada por un factor

⁴Adoptamos el término en inglés porque es el más utilizado para describir este tipo de deformaciones que se introducen a las fuentes luminosas debido al efecto de lentes gravitacionales.

constante en todas las direcciones. Mientras que el *shear* prolonga la forma de la fuente en una dirección privilegiada. Ejemplificamos estos efectos en la imagen 3.4, donde una fuente circular de radio infinitesimal se deforma en una elipse.

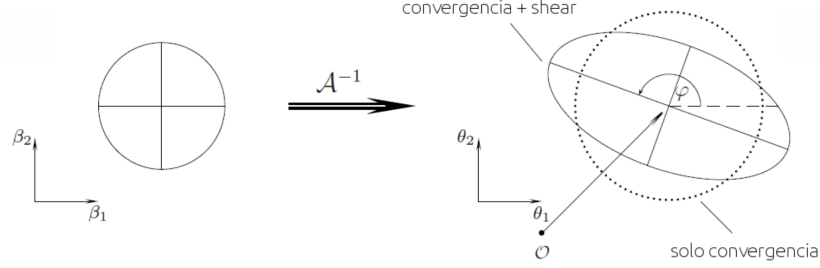


Figura 3.4: Deformación de la luz proveniente de una fuente circular, en presencia de una lente gravitacional. La fuente circular de la izquierda es mapeada \mathcal{A}^{-1} . Observamos que, en ausencia del *shear*, la imagen resultante es un círculo con su radio modificado de acuerdo con κ . El *shear*, en cambio, introduce una elipticidad en la imagen observada, con una orientación que también depende de éste. *Extraído y adaptado de Schneider et al. (2004).*

Lentes gravitacionales débiles

Las imágenes múltiples y arcos son fenómenos típicos de lentes fuertes. Pero, en las lentes gravitacionales débiles, la matriz jacobiana \mathcal{A} definida en la ecuación 3.23, se aproxima a la identidad. Esto último implica que las distorsiones y la magnificación son pequeñas.

Como mostramos anteriormente, una fuente circular será mapeada como una elipse. Por lo tanto, a partir de la elipticidad observada en la imagen, e , en el régimen de lente débil, es posible estimar el *shear* reducido como:

$$|e| = \frac{|\gamma|}{1 - \kappa} \approx \gamma \quad (3.24)$$

Las elipticidades, al igual que el *shear*, tiene dos componentes, una referida a la orientación y otra a la magnificación. Sin embargo, las fuentes observadas no son intrínsecamente circulares, por lo que la elipticidad medida es una contribución entre la elipticidad intrínseca de la fuente y el *shear*. Entonces, en lentes débiles, para estimar $|e|$, la estrategia consiste en promediar las elipticidades de muchas galaxias asumiendo que la componente intrínseca está orientada de manera aleatoria y, por lo tanto: $\langle e \rangle = \langle \gamma \rangle$.

Finalmente, una vez obtenida $\langle \gamma \rangle$, se puede determinar la densidad superficial de masa ($\Delta \bar{\Sigma}(r)$) mediante la siguiente relación (Bartelmann, 1995):

$$\Delta \bar{\Sigma}(r) = \bar{\gamma}_T(r) \times \Sigma_{cr} \quad (3.25)$$

donde $\bar{\gamma}_T(r)$ es la componente tangencial promediada del *shear* y Σ_{cr} es la densidad de masa proyectada crítica.

3.3. Materia oscura, simulaciones numéricas y catálogos sintéticos

Otra manera de entender cómo está distribuida la materia en el Universo y establecer relaciones entre materia oscura y bariónica es mediante simulaciones numéricas. Éstas permiten evaluar modelos cosmológicos, entender la formación de estructuras y realizar catálogos sintéticos. Éstos últimos dan la posibilidad, a su vez, de interpretar datos observacionales y estimar los errores y sesgos que se comenten en técnicas que se implementan primero a catálogos sintéticos y, luego, en catálogos reales.

Podríamos decir que, en algún sentido, en algunas de las simulaciones (como veremos más adelante) se hace un recorrido inverso al seguido a partir de las observaciones: se colocan partículas que representan a la materia oscura, se las hace evolucionar siguiendo las leyes físicas que regirían a cuerpos masivos que sólo interactúan gravitacionalmente y, luego, se pueblan los halos (que, en este caso, son sobredensidades de materia oscura) con galaxias.

Una vez que se tiene simulado un volumen de Universo, puede utilizarse para construir catálogos sintéticos con las mismas características de los catálogos observados de galaxias, por ejemplo, el SDSS. La realización de estos catálogos, como mostraremos más adelante, fue una de las piezas fundamentales de este trabajo, que nos permitió evaluar los métodos propuestos y estimar los errores que cometimos al implementarlos.

A continuación, describimos cómo se construyen las simulaciones numéricas y los catálogos simulados.

3.3.1. Simulaciones cosmológicas de materia oscura

Las simulaciones cosmológicas son aquellas que se corresponden con los estudios del Universo en gran escala, en los que se inserta el presente trabajo. Es decir, simulaciones que tienen un tamaño superior a algunas centenas de megaparsecs. En esta sección, en particular, abordaremos las simulaciones de N-cuerpos de partículas de materia oscura.

El resultado de la realización de una simulación es un conjunto de tablas en las que se organizan diferentes tipos de información. Los datos que nos interesan en este caso son: dinámicos (posiciones, velocidades, potencial gravitatorio, entre otros) y termodinámicos (temperatura, densidad, entre otros). Además, en general, se representa la materia oscura mediante partículas, mientras que, para describir el material bariónico, se utilizan celdas de una grilla o partículas suavizadas.

La realización de una simulación puede ser sintetizada en tres pasos fundamentales: establecimiento de las condiciones iniciales, cálculo de las fuerzas involucradas e integración de las ecuaciones de movimiento. Además, como explicaremos luego, los halos deben ser poblados con galaxias, teniendo en cuenta sus propiedades dinámicas y termodinámicas.

Una vez elegido un modelo cosmológico, es decir, elegidos los parámetros cosmológicos que dan la geometría y el contenido de materia del Universo ($\Omega_{m,0}$, $\Omega_{b,0}$, $\Omega_{\Lambda,0}$, H_0), en general, las condiciones iniciales se corresponden con el Universo en un estado cercano a la homogeneidad, y la evolución se realiza ejecutando el cálculo de las fuerzas involucradas y la integración de las ecuaciones de movimiento hasta alcanzar la edad actual del Universo. A continuación, profundizaremos en cada uno de los pasos del proceso.

Condiciones iniciales

Para generar las condiciones iniciales, se distribuyen las partículas de forma tal de representar un Universo no perturbado y, luego, se incorporan las perturbaciones deseadas en el campo de densidad.

Para distribuir uniformemente las partículas, generalmente, se utiliza una grilla uniforme. Esta grilla es relevante en el proceso, ya que puede introducir direcciones preferenciales en la escala típica que representa y éstas últimas, a su vez, pueden afectar las propiedades estadísticas del campo de densidad en dichas escalas.

Para imponer estas perturbaciones en el campo de densidad (de manera que se correspondan con la amplitud y la forma del espectro de fluctuaciones iniciales), se utiliza generalmente un procedimiento basado en la aproximación de Zel'dovich (explicado en la sección A.3.2 del apéndice). Es decir, se toman las posiciones y velocidades en un corrimiento al rojo inicial y, teniendo en cuenta el gradiente del potencial, se los actualiza para que pierdan su homogeneidad inicial.

Cálculo de las fuerzas involucradas

Si se tienen que calcular directamente, las fuerzas gravitatorias que ejercen entre sí las partículas en una simulación de N-cuerpos, se debería, para cada partícula, sumar las contribuciones de todas las demás. Si este cálculo se realiza de manera directa el tiempo de cómputo requerido es proporcional a N^2 , con lo cual el costo computacional se vuelve rápidamente prohibitivo, al aumentar el número de partículas. Para superar esta limitación, se desarrollaron métodos que permiten reducir significativamente dichos costos. Uno de ellos es el *TreePM*, que describiremos a continuación.

El primer componente de este procedimiento es el método de árbol (*tree*). Propuesto originalmente por Barnes y Hut (1986), lo que se realiza es una partición del volumen de la simulación (generalmente cúbico) en un conjunto de celdas anidadas en una estructura de árbol. Para esto, se divide sucesivamente el volumen completo en celdas y subceldas. Esta división sólo se realiza si la celda contiene más de una partícula y finaliza cuando cada subcelda de menor jerarquía contiene una sola partícula, como se esquematiza en la figura 3.5. Se computan para cada una de éstas: masa total, localización del centro de masa y cualquier otro atributo que se considere de interés. Además, se cuenta con la posición, velocidad y masa de cada partícula.

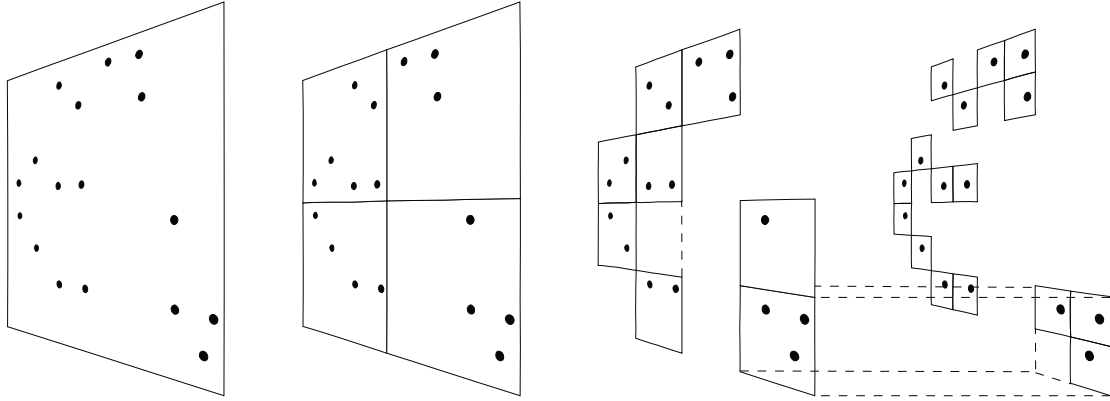


Figura 3.5: Esquema del método de árbol de Barnes y Hut en dos dimensiones. Se realiza una subdivisión sucesiva hasta que quede una partícula en cada celda. En la estructura de árbol resultante, cada celda puede ser progenitora de hasta cuatro subceldas. Además, presenta la ventaja de que los cuadrados vacíos no necesitan almacenarse. *Figura tomada de Springel et al. (2001).*

Este procedimiento permite que, para el cálculo de la fuerza, si una celda está lejos puede ser considerada como una sola partícula con una masa total equivalente a la de todas las partículas que contiene y localizada en el centro de masa. En cambio, si la celda se encuentra próxima se pueden considerar las contribuciones separadas de subceldas o partículas. Para fijar cuándo se computan las contribuciones individuales y cuando el de toda la celda se fija un criterio relacionado con el cociente entre la lejanía y el tamaño de la celda.

El otro método que se combina con el de árbol es el denominado “método de partícula-malla” (PM). Este método consiste en computar el potencial gravitacional en el espacio de Fourier. Se define una malla regular sobre el volumen de la simulación y se interpola sobre ella la densidad de cada una de las partículas. Luego, se calcula el potencial en cada uno de los puntos de la malla pero, en vez de realizarlo directamente, se la hace utilizando la transformada de Fourier. Además, se divide este cálculo en escalas de rango corto y largo, haciendo que sólo sea necesario considerar regiones cercanas cuando se calcula la fuerza mediante el método de árbol y que las fuerzas de rango largo se calculen en el espacio de Fourier con el método PM.

Integración de las ecuaciones de movimiento

Para evolucionar temporalmente el estado de las partículas se utiliza el denominado método de arrastre-patada (DK, por las siglas en inglés de *drift-kick*). Éste consiste en definir dos operadores separados, uno para la evolución de las posiciones y otro para el de las velocidades. A su vez, en estos operadores, pueden computarse por separado la contribuciones en rangos largos y cortos.

Es de gran importancia en este contexto la definición del intervalo temporal en el cual se realizará la integración. Según Springel *et al.* (2005), éste debe fijarse para cada partícula, teniendo en cuenta su aceleración (puede encontrarse una discusión más completa al

respecto en su publicación).

En la figura 3.6 se muestra cómo varía la distribución espacial de las partículas de la simulación Millennium en función del tiempo. Los colores más claros representan mayor densidad de partículas de materia oscura. Puede observarse que, a medida que se acerca al tiempo actual ($z = 0$), aumentan las inhomogeneidades.

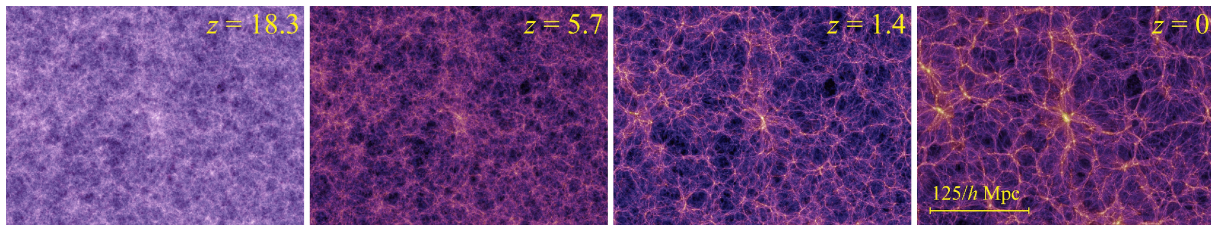


Figura 3.6: Evolución temporal de la simulación Millennium ejecutadas en el Centro de Supercomputación de la Sociedad Max Planck en Garching, Alemania (The Millennium Simulation Project). Se muestra el mismo volumen para diferentes corrimientos al rojo (tiempos). De izquierda a derecha: $z = 18,3$, $5,7$, $1,4$ y 0 . Imagen tomada de Lima Neto et al. (2014).

Poblar los halos: modelos semianalíticos

Hasta aquí hemos descrito una simulación que contiene sólo materia oscura, pero, para poder reproducir el Universo de manera más realista, es necesario incorporar también el material bariónico. Como la formación y evolución de galaxias está regida por una gran cantidad de procesos astrofísicos (enfriamiento del gas, formación estelar, retroalimentación, fusión de galaxias, etc), se deben buscar métodos para que las galaxias que pueblan los halos reproduzcan las propiedades observadas de las galaxias (luminosidad, masa estelar, tasa de formación estelar, color, morfología, etc). Una forma de tratar estos procesos que rigen las propiedades de las galaxias son los modelos semianalíticos. Éstos consisten en tener en cuenta que, para cada uno de los tiempos simulados, los halos de materia oscura deben contener tres tipos de materia bariónica: gas caliente, gas frío y estrellas. Además, se intenta reproducir la evolución de estas propiedades en función del tiempo (Mo et al., 1997). Ante la imposibilidad de poder establecer descripciones analíticas que rijan la evolución de éstas en función del tiempo, se asigna el componente bariónico según ciertas prescripciones. A esto debe el nombre de modelos semianalíticos.

Estos modelos, en primer lugar, determinan las cantidades de los distintos tipos de material bariónico en cada halo. Pero, además de establecer las cantidades de cada tipo de éstos, se necesitan prescripciones que permitan establecer la conversión de esos componentes: el enfriamiento del gas caliente, que pasa a ser gas frío; la formación estelar que genera estrellas a partir de gas frío; la retroalimentación de estrellas masivas y AGNs, que pueden calentar el gas; o el recalentamiento directo del gas caliente. Al mismo tiempo que se usan estas recetas, se debe hacer un seguimiento de las metalicidades de cada una de las componentes bariónicas, usando modelos de evolución química (Mo et al., 1997).

Una vez establecidos los modelos que rigen las cantidades y evolución del material bariónico, se utilizan modelos de síntesis de población estelar para establecer la luminosidad y color, incluyendo algún modelo de extinción por polvo.

Otro factor importante que debe tenerse en cuenta es el comportamiento de las galaxias cuando los halos se fusionan. En estos casos, se utilizan prescripciones que especifican la

evolución dinámica de algunas componentes. Éstas, en general, consisten en que el gas de los progenitores se calienta a la nueva temperatura virial, la galaxia del halo menos masivo se establece en satélite y deja de acretar gas, mientras que la correspondiente al progenitor más masivo, en cambio, se establece como la galaxia central y continúa acretando gas hasta que el enfriamiento radiativo sea eficiente en el halo.

Fijadas las galaxias que pueblan los halos como centrales y satélites, es necesario asumir que las satélites pueden fusionarse con las galaxias centrales de un halo, teniendo en cuenta los tiempos establecidos por la fricción dinámica. A partir de esto, es necesario hacer suposiciones acerca del resultado de dicha fusión. Entonces, se toman recetas en las cuales la diferencia de masa entre la galaxia central y la satélite producirá diferentes resultados en la morfología, luminosidad y masa.

Finalmente, cabe destacar que todo el procedimiento descripto se lleva a cabo en una cantidad de halos que representa adecuadamente la función de masa del corrimiento al rojo al cual se está imponiendo el modelo semianalítico.

3.3.2. Simulaciones cosmológicas hidrodinámicas

En la sección anterior, describimos las simulaciones en las cuales evolucionan partículas de materia oscura y luego se incorpora el material bariónico mediante modelos semianalíticos. En realidad, éstas son una opción ante la complejidad que representa el evolucionar conjuntamente tanto materia oscura como bariónica. Las simulaciones que lo hacen se denominan simulaciones hidrodinámicas y, si bien en este trabajo no hicimos uso de ellas, creemos que es importante describirlas porque, como veremos más adelante, poseen múltiples ventajas. A continuación las describiremos siguiendo la caracterización realizada por Mo *et al.* (1997).

Para realizar simulaciones cosmológicas hidrodinámicas, al igual que para las descripciones anteriormente, se debe elegir una cosmología. En éstas, el campo de densidad inicial de materia oscura y de gas bariónico pueden ser muestreados mediante un gran reticulado espacial o a través de un gran número de partículas. La evolución de los campos de densidad se realiza numéricamente resolviendo las ecuaciones gravitacionales e hidrodinámicas. En principio, las simulaciones de este tipo siguen la evolución del gas y la materia oscura sin necesidad de apoyarse en aproximaciones que hacen simplificaciones de los procesos importantes. En la práctica, sin embargo, estas simulaciones están limitadas por la resolución numérica sobre todo los grandes volúmenes como los que se necesitan en este trabajo. Consecuentemente, algunos procesos físicos todavía deben ser modelados mediante aproximaciones. Para esto, se usan recetas que no son muy diferentes de las de los modelos semianalíticos. Por ejemplo, la tasa de formación estelar dentro de un elemento de fluido es usualmente modelado en base a la densidad local de gas frío. La retroalimentación debido a supernovas y AGNs es incluida típicamente como fuente de energía/momento mediante prescripciones simples, sin abordar remanentes de supernova o las eyecciones iniciales de las AGNs.

A pesar de las limitaciones antes mencionadas, las simulaciones hidrodinámicas tienen importantes ventajas con respecto a los modelos semianalíticos. En primer lugar, la evolución de la población de los halos de materia oscura es seguida en detalle y no son necesarias suposiciones para modelar la estructura e historia de formación de los halos individuales. En particular, la interacción entre materia oscura y los componentes ba-

riónicos son tenidos en cuenta sin necesidad de aproximaciones como la descripción de la concentración adiabática. Segundo, las simulaciones hidrodinámicas siguen la dinámica de enfriamiento del gas difuso en forma completa, sin tener que suponer simetría esférica o evolución cuasi adiabática. Tercero, una vez que se elige un esquema de retroalimentación por debajo del nivel del reticulado, estas simulaciones pueden tratar la evolución subsiguiente de los vientos derivados de supernovas y AGNs y su interacción con los componentes del gas de manera consistente. Finalmente, la fusión de materia oscura y gas está regida por los procesos dinámicos involucrados, en vez de ser modelados con recetas basadas en la fricción dinámica y el cociente de la masa de los progenitores que se fusionan.

Con los equipamientos computacionales y códigos de simulaciones hidrodinámicas disponibles en la actualidad, se pueden estudiar la formación y evolución de galaxias en el contexto cosmológico completo. Sin embargo, el poder computacional es todavía una limitación severa y, por tanto, se debe trabajar con un compromiso entre la resolución de la simulación y el tamaño del volumen simulado. Típicamente, la estructura interna de las galaxias puede ser resuelta sólo en simulaciones pequeñas, mientras que las simulaciones de grandes volúmenes contienen suficiente número de galaxias para representar la población total de éstas, pero falta resolución espacial para resolver la estructura interna de las galaxias simuladas. Por eso todavía los modelos semianalíticos siguen siendo de utilidad para simular grandes volúmenes del universo y realizar catálogos sintéticos.

3.3.3. Catálogos sintéticos de galaxias

Las simulaciones cosmológicas nos proveen un volumen del Universo que tiene algunos cientos de megaparsecs de lado. Sin embargo, muchas características de éstas no pueden ser comparadas directamente con los datos obtenidos observacionalmente. La principal diferencia con las observaciones es que en las simulaciones se conocen todas las propiedades de los objetos que la componen, algunas de las cuales no son observables o son distorsionadas por el proceso de medición. Con el fin de comparar datos simulados con observados, se deben imponer restricciones típicas de las observaciones reales. Por otro lado, esto es justamente una virtud de las simulaciones ya que, a pesar de que se les puede incorporar los efectos observacionales, podemos seguir teniendo información completa de cada componente y hacer comparaciones con resultados observacionales. Un ejemplo de esto es el cálculo de la masa de los grupos de galaxias, con los algoritmos de identificación explicados anteriormente, en catálogos reales inferimos la masa a partir de propiedades dinámicas o de la luminosidad. En los catálogos simulados, la masa está asociada a las partículas de materia oscura del halo en la simulación, por lo tanto, mediante catálogos simulados, podemos conocer la diferencia entre las estimaciones que se hacen con los identificadores y la cantidad total de materia oscura.

A continuación, describiremos los pasos que seguimos para construir catálogos sintéticos a partir de una simulación poblada con material bariónico mediante un modelo semi-analítico.

En primer lugar, tomamos todas las galaxias del volumen simulado (generalmente, cúbico) y, a partir de éstas, construimos un volumen de mayor tamaño repitiendo las galaxias tantas veces como sea necesario para alcanzar el volumen deseado. Esto puede hacerse porque, en general, las simulaciones cosmológicas son periódicas.

Obtenido el volumen deseado, dado que cada galaxia tiene coordenadas euclídeas en tres dimensiones, podemos calcular la distancia de cada uno a un punto tomado como un origen de este volumen (generalmente, es el vértice de este nuevo cubo). Esta distancia, a su vez, nos permite calcular el corrimiento al rojo de cada galaxia. Esto podemos calcularlo porque conocemos los parámetros cosmológicos de la simulación y la distancia a cada galaxia. Entonces, mediante una interpolación, podemos conocer su corrimiento al rojo. Además del corrimiento al rojo que se deriva de la distancia, debemos agregar a éste una componente relacionada con el movimiento propio de cada partícula, que se calcula a partir de las velocidades que éstas tienen en la simulación. De esta manera, se logra una reproducción realista de los corrimientos al rojo de las galaxias observadas.

Entre las propiedades generadas por el modelo semianalítico, están las magnitudes absolutas. Por lo tanto, una vez que conocemos el corrimiento al rojo de cada componente, podemos calcular su correspondiente magnitud aparente. En este cálculo, si lo deseamos, podemos incluir también la extinción por polvo u otros efectos que incidan en ella.

En lo descripto hasta ahora, parece que todas las galaxias de la simulación formarán parte del catálogo simulado de galaxias, pero si esto fuera así la cantidad de galaxias sería muy superior a la observada en el Universo. Para obtener un catálogo similar a los observados, debemos imponer el mismo límite en magnitud aparente que tiene el catálogo que queremos reproducir. Por ejemplo, para el SDSS DR7 la magnitud límite en la banda r es $m_{r_{lim}} = 17,77$ en el relevamiento espectroscópico y $m_{r_{lim}} = 21,5$ en el fotométrico.

Simultáneamente a la selección que realizamos teniendo en cuenta la magnitud aparente, expresamos las posiciones en ascensión recta (α) y declinación (δ), es decir, en coordenadas ecuatoriales.

Finalmente, para que el catálogo cubra la misma región del cielo que el que se quiere simular, se eligen aquellas partículas que caen bajo la región de interés. Para esto, se realiza una máscara que reproduce el área del catálogo real y, por lo tanto, ambos catálogos lucen prácticamente idénticos desde el punto de vista geométrico.

Todo este proceso nos da como resultado un catálogo de galaxias con las mismas propiedades que los catálogos reales en cuanto a geometría, distribuciones de corrimiento al rojo y luminosidad, entre otras. Pero, además, durante el proceso, podemos conservar información relevante de cada galaxia simulada, por ejemplo, en qué halo se encuentra, la masa de dicho halo y la cantidad de otras galaxias que éste posee. Esto nos posibilita obtener un catálogo simulado de grupos de galaxias que, como veremos más adelante, nos sirve para verificar los resultados obtenidos por nuestros estudios.

3.4. Distribución de ocupación de halos

3.4.1. Definición e importancia de la DOH

Una de las maneras de abordar empíricamente la relación entre las galaxias y la materia oscura es la distribución de ocupación de halos (DOH, de ahora en más). Ésta se define como la distribución de probabilidad $P(N|M_h)$ de que un halo virializado de masa M_h contenga N galaxias con alguna característica específica (por ej, Jing y Börner, 1998; Jing *et al.*, 1998; Ma y Fry, 2000; Peacock y Smith, 2000; Seljak, 2000). En particular, en este trabajo, abordaremos el primer momento de la DOH, es decir, el número medio de galaxias con alguna característica que habitan en un halo de masa M_h : $\langle N|M_h \rangle$. Pero,

como es una distribución de Poisson y éstas son completamente determinadas por su primer momento ($\langle N \rangle$), los momentos de orden más alto se calculan a partir de éste:

$$\langle N(N-1)\dots(N-j) \rangle = \langle N \rangle^{j+1} \quad (3.26)$$

Entonces, se puede predecir el número promedio de pares de galaxias dentro de un halo si se supone que las galaxias tienen una distribución de Poisson. Esto es útil, como mostraremos más adelante, en el contexto del modelo de halos.

Teniendo en cuenta que los modelos predicen que la DOH para un halo de masa fija es estadísticamente independiente de la escala, entonces, la descripción del sesgo de galaxias es completo: dada la DOH y la población predicha para un modelo cosmológico particular, puede calcularse cualquier estadístico del agrupamiento de galaxias en escalas que van desde el régimen lineal al profundamente no lineal. Las determinaciones empíricas de la DOH para diferentes tipos de galaxias, por lo tanto, se resumirían como una forma de comparar fácilmente con las predicciones teóricas de todo lo que el agrupamiento de galaxias observado tiene para decir sobre la física de la formación de galaxias (Berlind *et al.*, 2003).

Recientemente, con los grandes catálogos de galaxias y la posibilidad de realizar catálogos sintéticos a partir de simulaciones numéricas, diversos autores señalan a la DOH como un poderosa herramienta para describir la relación entre las galaxias y el halo de materia oscura que las aloja, al nivel de halos individuales, e interpretar el agrupamiento de las galaxias (por ej: Yang *et al.*, 2008, 2007). También afirman que esta descripción es útil para entender el efecto de lentes gravitacionales y permite restringir los modelos de formación y evolución de galaxias (Berlind *et al.*, 2003; Kravtsov *et al.*, 2004, entre otros) como así también, a los modelos cosmológicos (por ej: Mandelbaum *et al.*, 2013; Tinker *et al.*, 2012; Van Den Bosch *et al.*, 2003; Zheng y Weinberg, 2007). Además, a partir de la DOH se pueden construir catálogos simulados de galaxias (Hearin *et al.*, 2013; Simha y Cole, 2013, entre otros).

Otra propiedad de la DOH es que permite estudiar de manera separada la contribución de galaxias centrales y satélites al número total de miembros de los grupos (por ej: Cooray, 2005; Kravtsov *et al.*, 2004; White *et al.*, 2007; Yang *et al.*, 2008; Zheng *et al.*, 2005). Esta última propiedad contiene valiosa información acerca del agrupamiento jerárquico porque el número de galaxias satélites alrededor de la galaxia central del halo de materia oscura provee información acerca de la constitución de los halos más masivos a partir de los más pequeños.

Algunas características de la DOH han sido estudiados en simulaciones de N-cuerpos en las cuales se utilizaron modelos semianalíticos para asignar la población de galaxias en los halos (Governato *et al.*, 1998; Kauffmann *et al.*, 1997, entre otros), en simulaciones hidrodinámicas (White, 2001) y mediante modelos que incorporan en las predicciones del sesgo de galaxias (Seljak, 2000). Una problemática señalada por Wang y White (2012) es el número excesivo de galaxia predicho por simulaciones numéricas. Denominado “galaxias satélites faltantes”⁵, esto es un ejemplo destacable acerca de cómo los estudios de las galaxias satélites pueden brindar valiosos datos acerca de la cosmología y la evolución de las galaxias, la DOH provee información que puede ser comparada con simulaciones y usada para mejorar los modelos semianalíticos.

⁵en inglés, *missing satellite galaxies*.

Otros estudios de la DOH se enfocaron en la conexión entre ésta y las determinaciones estadísticas del agrupamiento de galaxias. Para dichos estudios utilizan el formalismo de la DOH y su relación con el modelo de halos como una herramienta para, mediante cálculos analíticos, obtener la DOH (Ma y Fry, 2000; Seljak, 2000, entre otros).

Como puede inferirse a partir de los estudios citados anteriormente y como mostraremos a continuación, la DOH puede ser abordada tanto a través del análisis de simulaciones cosmológicas como de los grandes catálogos de galaxias.

3.4.2. Parametrización de la DOH a partir de simulaciones numéricas

Un estudio pionero de la DOH fue el realizado por Zheng *et al.* (2005). En este trabajo, se utilizaron una simulación hidrodinámica de partículas suavizadas y otra con un modelo semianalítico de formación de galaxias y, a partir de éstas, se logró establecer una parametrización de la DOH. Dicha parametrización tiene la propiedad de tomar en cuenta por separado las contribuciones de las galaxias centrales y satélites de los halos.

Para ambas simulaciones, los autores utilizaron los mismos parámetros cosmológicos: $\Omega_m = 0,4$, $\Omega_\Lambda = 0,6$, $\Omega_b = 0,02 h^{-2}$, $n = 0,95$ y $\sigma_8 = 0,8$. Y para realizar comparaciones, utilizaron muestras con diferentes densidades numéricas medias. Por ejemplo, una densidad $\bar{n}_{gal} = 0,002 h^3 Mpc^{-3}$ se corresponde con una muestra observacional de una magnitud absoluta límite $M_{r_{lim}} = -18,6$.

Para la simulación hidrodinámica de partículas suavizadas, los autores hicieron evolucionar 144^3 partículas de gas y la misma cantidad de partículas de materia oscura, en un cubo de $50 Mpc$ de arista. Esta simulación incorpora enfriamiento radiativo, efecto Compton y prescripciones fenomenológicas para la formación de estrellas y el enriquecimiento del medio a partir de supernovas. Las galaxias se identifican como grupos de estrellas y partículas de gas frío ligados gravitacionalmente, asociados a un máximo local de densidad bariónica. A su vez, los halos de materia oscura se identifican con el algoritmo amigo de los amigos (FOF, Davis *et al.*, 1985) sobre las partículas de materia oscura. Se utiliza una longitud de identificación de 0,173 veces la separación media entre las partículas, que representa una densidad de 200 veces la densidad media.

Una vez identificadas las galaxias y los halos, cada galaxia se asigna al halo que contiene la partícula de materia oscura más cercana al centro de masa de la galaxia. En cada halo, la galaxia central es la más cercana a la partícula más ligada (definida como centro del halo), las demás se consideran satélites.

En el modelo semianalítico, realizado siguiendo procedimientos como los descritos en la sección anterior, se obtienen halos con una galaxia que reside en el centro. Si dos halos se fusionan, la más masiva se convierte en la galaxia central y todas las demás en satélites. Y, si dos galaxias de masa comparable se fusionan, todas las estrellas forman un esferoide que puede seguir creciendo mediante acreciones de gas.

Para cada uno de los modelos y para diferentes densidades medias, los autores obtuvieron la DOH, es decir, el número medio de galaxias para diferentes intervalos de masa. Además, tomaron por separado las galaxias caracterizadas como centrales y satélites, estudiaron la DOH para cada una de estas submuestras y encontraron un comportamiento similar.

En la figura 3.7, se muestran los resultados para ambas simulaciones, tomando una

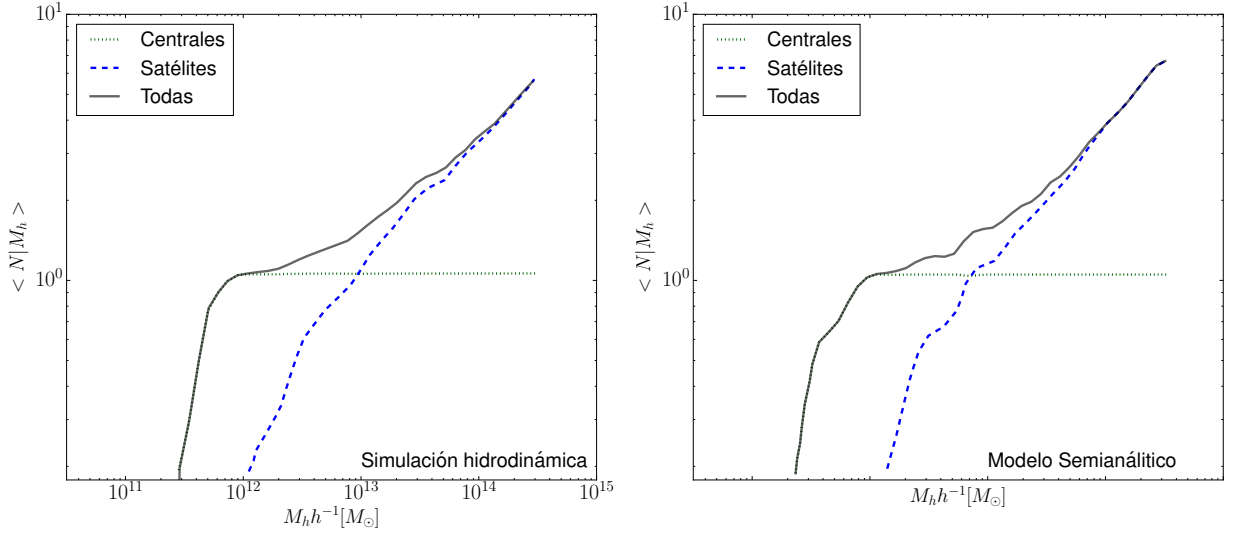


Figura 3.7: Número de ocupación medio en función de la masa de los halos para galaxias centrales, satélites y la suma de ambas. Se muestran las predicciones para densidades numéricas de galaxias $n_{gal} = 0,02$ en una simulación hidrodinámica de partículas suavizadas (panel de la izquierda) y es un modelo semianalítico (panel de la derecha). *Figura basada en la presentada en Zheng et al. (2005).*

densidad media $\bar{n}_{gal} = 0,02 h^3 Mpc^{-3}$. Puede observarse que la DOH de la muestra total (líneas grises), en ambas, a partir de una masa inferior crece de manera pronunciada hasta alcanzar en promedio una galaxia por halo y, una vez alcanzado este valor, sigue aumentando pero de una manera mucho menos acentuada. Si se toman en cuenta sólo las galaxias centrales (líneas de puntos verdes), el aumento pronunciado se da hasta que, en una masa determinada ($\approx 10^{12} M_\odot$), todos los halos poseen una galaxia central. Las galaxias satélites (líneas de trazos azules), en cambio, muestran un comportamiento diferente y aumentan en número a medida que se incrementa la masa del halo, lo que explica el crecimiento de la muestra total a masas altas. Es decir, las galaxias centrales son las responsables del crecimiento de la función para masas bajas y las satélites de la pendiente con la que crecerán a masas altas.

A partir de los análisis expuestos anteriormente, los autores propusieron que el número medio de galaxias de una determinada masa puede expresarse como la suma de las contribuciones de galaxias centrales y satélites:

$$\langle N_{gal}|M_h \rangle = \langle N_{cen}|M_h \rangle + \langle N_{sat}|M_h \rangle \quad (3.27)$$

donde N_{cen} y N_{sat} son las galaxias centrales y satélites, respectivamente. Además, el número medio de galaxias centrales puede representarse por la siguiente función:

$$\langle N_{cen}|M_h \rangle = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{\log(M_h/M_{min})}{\sigma_{cen}} \right) \right] \quad (3.28)$$

siendo erf la función error dada por:

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (3.29)$$

Tabla 3.1: Parámetros de la DOH en simulaciones cosmológicas para muestras con diferentes densidades numéricas de galaxias (Zheng *et al.*, 2005).

\bar{n}_{gal} ($h^3 Mpc^{-3}$)	Modelo	$\log(M_{min})$ (M_\odot)	σ_{cen}	M_0 (M_\odot)	$\log(M_1)$ (M_\odot)	α
0,02	Hidrodinámico	11,68	0,15	11,86	13,00	1,02
	Semianalítico	11,73	0,32	12,09	12,87	0,96
0,01	Hidrodinámico	12,07	0,18	12,28	13,19	0,94
	Semianalítico	12,02	0,26	12,28	13,32	1,07
0,005	Hidrodinámico	12,36	0,15	12,63	13,45	1,00
	Semianalítico	12,36	0,42	12,28	13,62	1,04
0,0025	Hidrodinámico	12,69	0,15	12,94	13,82	1,08
	Semianalítico	12,60	0,28	12,77	13,86	1,03

en 3.28, M_{min} es la masa característica de los halos que pueden contener una galaxia y σ_{cen} es el ancho característico de la transición hasta alcanzar, en promedio, una galaxia.

La DOH de las galaxias satélites, en cambio, puede describirse mediante una ley de potencia truncada de la forma:

$$\langle N_{sat}|M_h \rangle = \left[\frac{M_h - M_0}{M_1} \right]^\alpha \quad (3.30)$$

en ésta, $M_h > M_0$, donde M_0 es la masa de truncado de las galaxias satélites. Este truncamiento representa el valor mínimo en que pueden comenzar a haber galaxias satélites y, por lo tanto, difiere del mínimo propio de las galaxias centrales (M_{min}). M_1 indica a partir de qué masa hay, en promedio, una galaxia satélite y α es el índice de la ley de potencia, vinculado al crecimiento de la función.

De esta manera, la DOH queda parametrizada por cinco parámetros: M_{min} , σ_{cen} , M_0 , M_1 y α . Éstos no son independientes entre sí, ya que entre todos deben reproducir la densidad numérica media de galaxias, \bar{n}_{gal} :

$$\bar{n}_{gal} = \int dm n(m) \langle N_{gal}|M_h \rangle \quad (3.31)$$

donde $n(m)$ es la función de masa. Es decir, si se integra la DOH por la función de masa en todo el rango de masas, debe recuperarse el número medio de galaxias. Obviamente, en el caso de que para la determinación de la DOH se hayan usado galaxias con alguna característica en particular, al realizar esta integración se debe recuperar la densidad numérica de galaxias con esa característica. Un procedimiento común para estudiar estos parámetros es fijar alguno de ellos y variar los demás, de forma de reproducir \bar{n}_{gal} . Otros estudios, determinan la DOH de manera indirecta ajustando los parámetros de modo que reproduzcan el espectro de potencia o la función de correlación.

En la tabla 3.1, se presentan los parámetros obtenidos por Zheng *et al.* (2005) en el trabajo descripto anteriormente, para ambas simulaciones.

También, como introdujimos en la sección anterior, a partir del primer momento de la DOH, podemos conocer los siguientes. Utilizando esta parametrización, podemos encontrar el segundo momento:

$$\begin{aligned} \langle N(N-1) \rangle &= \langle (N_{cen} + N_{sat})(N_{cen} + N_{sat} - 1) \rangle \\ &= \langle N_{cen}(N_{cen} - 1) \rangle + 2\langle N_{cen}N_{sat} \rangle + \langle N_{sat}(N_{sat} - 1) \rangle \end{aligned} \quad (3.32)$$

como N_{cen} es 0 o 1, el primer término de la ecuación se anula. El segundo término representa pares de galaxias que involucran a la galaxia central, mientras que el tercer término representa a pares de galaxias satélites. si $N_{cen} = 0$, luego $N_{sat} = 0$, por definición. En consecuencia, $\langle N_{cen} N_{sat} \rangle = \langle N_{sat} \rangle$. Así:

$$\langle N(N-1) \rangle = 2 \langle N_{sat} \rangle + \langle N_{sat} \rangle^2 \quad (3.33)$$

Análogamente, se puede encontrar el número de tripletes, que queda expresado como

$$\langle N(N-1)(N-2) \rangle = 3 \langle N_{sat} \rangle^2 + \langle N_{sat} \rangle^3 \quad (3.34)$$

Esto último quiere decir que la división en galaxias centrales y satélites y la posterior parametrización nos permiten obtener los otros momentos de la DOH de una manera sencilla.

3.4.3. Determinación de la DOH en catálogos de galaxias

En los catálogos de galaxias, como ya mencionamos, la DOH puede estimarse a partir de los grupos de galaxias. Éstos pueden tomarse como una representación de los halos, determinar su masa a partir de las galaxias que contienen y, mediante el conteo de galaxias, obtener la DOH.

Un ejemplo de la medición de la DOH en catálogos de galaxias es el trabajo de Yang *et al.* (2008), que describiremos en esta sección. Éste fue realizado identificando grupos mediante el algoritmo propuesto en Yang *et al.* (2005), que describimos en 3.2.2. Dado que éste identificador tiene la ventaja de encontrar grupos de hasta un solo miembro brillante (a diferencia del algoritmo FOF), permite estudiar la DOH en un rango más completo de número y masas y, por lo tanto, poder describir la forma funcional de ésta, tal como lo mostramos en la sección anterior. Otra ventaja de este método es que permite determinar la masa de los halos con poca dispersión. Esto se debe al método iterativo con el que se realiza la estimación de la masa a partir de las galaxias más brillantes que $M_r = -19,5$.

Yang *et al.* (2008) utilizaron el catálogo SDSS DR4 espectroscópico y seleccionaron una muestra de galaxias con corrimiento al rojo en el rango $0,01 < z < 0,2$, con 362356 galaxias con mediciones de magnitudes en la banda r y espectroscopía del SDSS y 7091 galaxias con magnitudes en la banda r del SDSS pero espectroscopía de otros relevamientos. Los parámetros cosmológicos utilizados para este análisis son los del modelo Λ CDM que corresponde a la misión WMAP3 (Spergel *et al.*, 2007): $\Omega_m = 0,238$, $\Omega_\Lambda = 0,762$, $n = 0,951$ y $\sigma_8 = 0,75$.

Además, siguiendo la propuesta realizada por Zheng *et al.* (2005), en este estudio, clasificaron a las galaxias en centrales y satélites, tomando la más brillante como central y las demás, como satélites. Estos autores evaluaron también el uso de la masa estelar para establecer cuál es la galaxia más masiva y los resultados resultaron indistinguibles, lo que supone que la luminosidad está relacionada directamente con la masa.

A partir de la masa del halo y el número de miembros de cada grupo, estimaron el número de ocupación medio de los halos en función de la masa del halo $\langle N|M_h \rangle$ y también el número medio de galaxias satélites $\langle N_{sat}|M_h \rangle$. Los resultados para tres magnitudes absolutas límites se presentan en la figura 3.8. Una aclaración importante es que para este estudio se necesita que los grupos sean completos en el rango de magnitud estudiado. Por

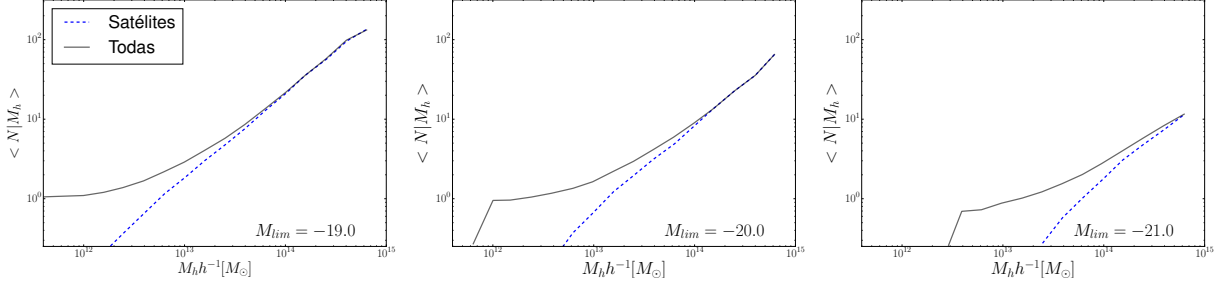


Figura 3.8: Número medio de ocupación de halos de las galaxias que pueblan los halos. Esta determinación fue realizada en el SDSS DR4 para diferentes rangos de magnitud absoluta. En líneas grises, se muestra el promedio para la totalidad de las galaxias y en líneas de trazos azules, sólo para galaxias satélites. Los paneles de la izquierda, el centro y la derecha corresponden a magnitudes límites de $M_{r_{lim}} = -19,0$, $-20,0$ y $-21,0$, respectivamente. *Figura basada en la presentada por Yang et al. (2008).*

Tabla 3.2: Parámetros de la DOH para galaxias satélites del SDSS DR4 (Yang et al., 2008).

M_{lim}	M_1	α
-18,0	$12,48 \pm 0,04$	$1,01 \pm 0,06$
-18,5	$12,62 \pm 0,02$	$1,05 \pm 0,04$
-19,0	$12,77 \pm 0,02$	$1,06 \pm 0,03$
-19,5	$12,93 \pm 0,01$	$1,07 \pm 0,02$
-20,0	$13,15 \pm 0,01$	$1,09 \pm 0,02$
-20,5	$13,44 \pm 0,01$	$1,10 \pm 0,02$
-21,0	$13,82 \pm 0,01$	$1,13 \pm 0,02$
-21,5	$14,34 \pm 0,01$	$1,33 \pm 0,07$

lo tanto, deben tomarse muestras completas por volumen para cada una de las magnitudes límite. Para $M_{r_{lim}} = -19,0$, por ejemplo, los grupos deben estar en el rango $0,1 < z < 0,09$.

Puede observarse en el gráfico 3.8 que (principalmente para $M_{r_{lim}} = -20$ y $M_{r_{lim}} = -21$) el comportamiento del número medio de galaxias (líneas grises) es similar al descrito por Zheng et al. (2005). Se hace evidente, además, que existe una relación entre la luminosidad de la galaxia central y la masa. Esto podemos afirmarlo porque, a medida que el corte en luminosidad es más restrictivo, el valor de una galaxia en promedio es alcanzado para masas más altas. Por lo tanto, la forma de la curva sugiere que la galaxia satélite más brillante es mucho más débil que la central. Por otro lado, las galaxias satélites (líneas de trazos azules), como es esperable, siguen una ley de potencia. Estos autores decidieron ajustarla usando sólo dos parámetros y tomando el truncamiento propio de las determinaciones (en vez de ajustar el parámetro M_0):

$$\langle N_{sat}|M_h \rangle = \left[\frac{M_h}{M_1} \right]^\alpha \quad (3.35)$$

donde M_1 es la masa característica a partir de la cual hay una media de, al menos, una galaxia satélite y α es el índice de la ley de potencia. Los parámetros que encontraron estos autores al ajustar la DOH para de las galaxias satélites utilizando diferentes magnitudes absolutas límites se presentan en la tabla 3.2.

Uno de los principales aportes que Yang *et al.* (2008) hicieron es mostrar que la parametrización realizada por Zheng *et al.* (2005) utilizando simulaciones puede utilizarse también para resultados observacionales. Pero, para este estudio, se utilizaron catálogos espectroscópicos de galaxias y dado que se necesitan muestras completas por volumen, se imponen fuertes restricciones a las magnitudes absolutas límites que pueden ser estudiadas. Imposibilitando que se logren alcanzar otros rangos de magnitudes más allá de las presentadas por estos autores. Por eso, muchos estudios se realizan indirectamente, midiendo la función de correlación o el espectro de potencia y, mediante los parámetros propuestos, se obtiene la DOH. En la próxima sección, abordaremos esta relación.

3.5. Extensión del modelo de halos mediante la DOH

En el capítulo anterior, describimos el modelo de halos y cómo éste brinda una expresión analítica para la distribución de la materia oscura. Sin embargo, como mencionamos en la sección 3.1, la distribución de materia oscura discrepa de la de las galaxias. Una de las formas de entender dicha discrepancia es extendiendo el modelo de halos, teniendo en cuenta las galaxias contenidas en los halos, es decir, utilizando la DOH.

Según Cooray y Sheth (2002), para poder realizar la extensión del modelo de halos, es necesario realizar algunas suposiciones. En primer lugar, que el número medio de galaxias sigue una distribución de Poisson con una media proporcional a la masa del halo, dada por $\langle N_{gal} | M_h \rangle \propto m$ y $\langle N_{gal}(N_{gal} - 1) | M_h \rangle \propto m^2$, entonces se puede obtener una expresión equivalente a 2.46, pero para galaxias:

$$\begin{aligned} P_{gal}(\vec{k}) &= P_{gal}^{1h} + P_{gal}^{2h}, \text{ donde} \\ P_{gal}^{1h}(\vec{k}) &= \int dm n(m) \frac{\langle N_{gal}(N_{gal} - 1) | M_h \rangle}{\bar{n}_{gal}^2} |u_{gal}(\vec{k}|m)|^2 \\ P_{gal}^{2h}(\vec{k}) &\approx P^{lim}(\vec{k}) \left[\int dm n(m) \frac{\langle N_{gal} | M_h \rangle}{\bar{n}_{gal}} u_{gal}(\vec{k}|m) \right]^2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

en esta expresión $n(m)$ es la función de masa, $P^{lim}(\vec{k})$ el espectro de potencia lineal, \bar{n}_{gal} es la densidad numérica media de galaxias (como ya definimos, $\bar{n}_{gal} = \int dm n(m) \langle N_{gal} | M_h \rangle$) y $u_{gal}(\vec{k}|m)$, el perfil de galaxias. Dado que las galaxias pueblan los subhalos de materia oscura, cuya distribución espacial sigue el perfil del halo: $u_{gal}(\vec{k}|m) \approx u(\vec{k}|m)$.

En escalas grandes, donde domina el término de dos halos, $u_{gal}(\vec{k}|m) \rightarrow 1$ y el espectro de potencia de las galaxias se simplifica a:

$$P_{gal} \approx b_{gal}^2 P^{lim}(k) \quad (3.37)$$

donde $b_{gal} = \int dm n(m) b_1(m) \frac{\langle N_{gal} | M_h \rangle}{\bar{n}_{gal}}$ es el factor de sesgo medio de la población de galaxias.

Esta extensión permite que, tomando los parámetros adecuados, se pueda obtener una descripción de la distribución de galaxias. Por ejemplo, en la figura 3.9, se grafica el espectro de potencia de las galaxias del catálogo PSCz (círculos azules) mostrados en la figura 3.1; pero, esta vez, comparado con el espectro de potencia obtenido a partir

de la ecuación 3.36, utilizando la DOH de dicho catálogo. Ambos espectros coinciden, demostrando que la extensión es válida.

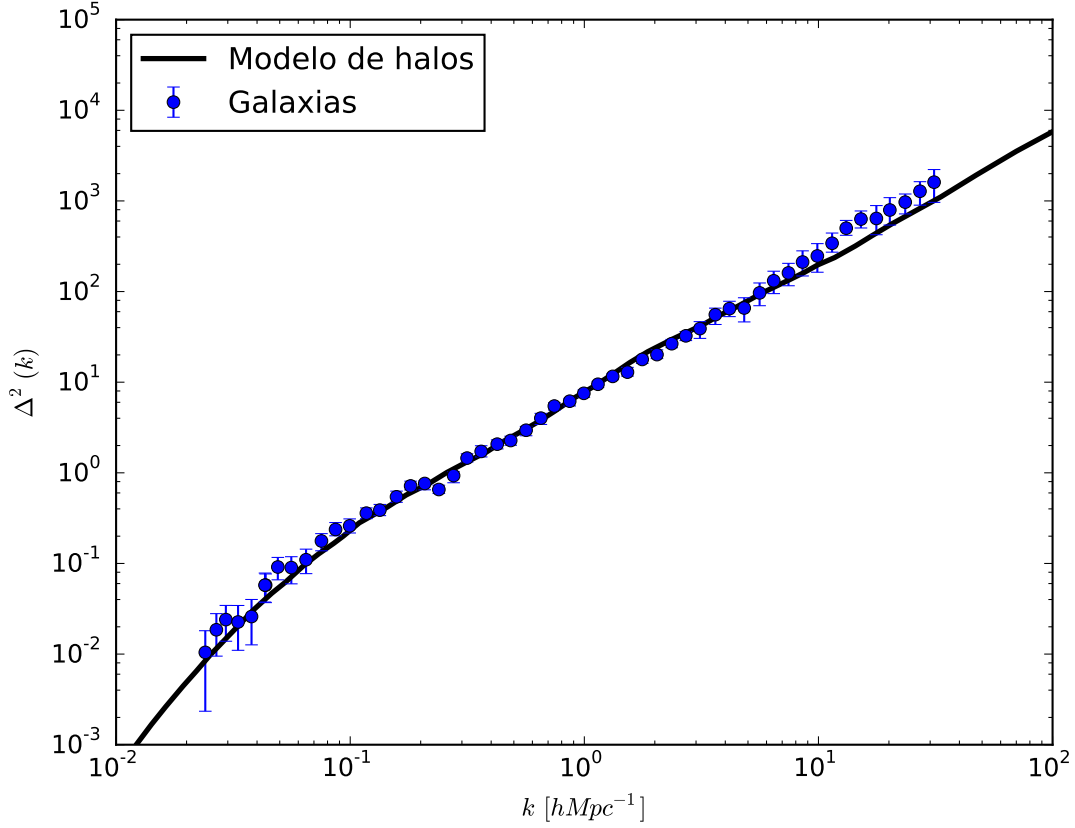


Figura 3.9: Espectro de potencia de las galaxias del catálogo PSCz (círculos azules) comparada con el espectro de potencia obtenido a partir de la extensión del modelo de halos utilizando la DOH (línea sólida). *Figura extraída y adaptada de Cooray y Sheth (2002), página 76.*

Para nuestro trabajo, esta extensión es fundamental, ya que la utilizaremos para obtener los parámetros de forma de los halos de materia oscura. A diferencia de lo mostrado en esta sección, donde se utiliza el espectro de potencia, realizaremos nuestro estudio usando la función de correlación.

Capítulo 4

Determinación de la DOH a través del método de descuentos de galaxias de fondo

Cuando estos científicos invocan entidades invisibles, es para explicar los detalles más complejos del asunto que tienen entre manos, no para desviar la mirada de la información que los pone en una situación incómoda hacia expresiones menos recalcitrantes.

Bruno Latour

El principal objetivo de este capítulo es mostrar el desarrollo e implementación de un método para la obtención de la DOH utilizando la técnica de descuentos de galaxias de fondo. Éste permite combinar información fotométrica y espectroscópica y, de esta manera, extender el rango de magnitudes absolutas y los límites superiores de masa en los que se estima la ocupación de los halos. En primer lugar, presentaremos el método. Luego, lo evaluaremos mediante la utilización de catálogos sintéticos de galaxias y grupos de galaxias. Y, finalmente, aplicaremos el método al catálogo SDSS DR7, utilizando una muestra de grupos de galaxias obtenido a partir de su versión espectroscópica y el correspondiente relevamiento fotométrico de galaxias.¹

4.1. Inclusión de información fotométrica en la DOH

La DOH, tal como fue explicado, vincula la masa de los halos de materia oscura con el número de galaxias (de algún tipo) que residen en él. Cuando se trabaja con datos observacionales, se puede obtener una representación de los halos a partir de los grupos de galaxias. Es decir, las galaxias que pertenecen al mismo grupo están en el mismo halo y la DOH se obtiene a partir de la población de dichos grupos. Esto impone ciertas

¹Los contenidos de este capítulo están basados en el trabajo publicado bajo el título *Taking advantage of photometric galaxy catalogues to determine the halo occupation distribution* (Rodríguez et al., 2015).

limitaciones, principalmente, debido al límite en magnitud aparente de los catálogos espectroscópicos de galaxias que son utilizados para confeccionar los catálogos de grupos de galaxias. El límite en magnitud aparente restringe el número de galaxias débiles observadas y, por lo tanto, se pierde la posibilidad de estimar la población de galaxias satélites menos brillantes.

Como fue señalado por Liu *et al.* (2011), un método común para superar la falta de información espectroscópica de las galaxias satélites consiste en contar en el relevamiento fotométrico candidatos a satélites alrededor de una galaxia brillante. Y corregir, estadísticamente, este conteo teniendo en cuenta la contribución de galaxias que se encuentran delante o detrás del grupo pero, en proyección, parecen pertenecer a éste (a las que denominaremos de ahora en más, “galaxias de fondo”). Haciendo uso de este procedimiento, se pueden alcanzar límites más bajos de magnitud aparente al emplear el gran volumen de datos provistos por el catálogo fotométrico conjuntamente con el método de descuentos de galaxias de fondo. Este es un método eficiente para estudiar, estadísticamente, la población de galaxias (Lares *et al.*, 2011).

El método de descuentos de galaxias de fondo no ha sido ampliamente utilizado para la determinación de la DOH y, frecuentemente, es criticado por su falta de habilidad para distinguir entre sobredensidades locales y aquellas que están superpuestas por efectos de proyección. Para demostrar el correcto desempeño de nuestra implementación, construimos un catálogo sintético a partir de un modelo semianalítico de formación de galaxias desarrollado por Guo *et al.* (2010), aplicado a la simulación Millennium I (Springel *et al.*, 2005).

Utilizando grupos de galaxias provistos por Yang *et al.* (2012), tomados de la versión espectroscópica del relevamiento SDSS DR7 y galaxias del correspondiente catálogo fotométrico, estimamos la DOH para diferentes magnitudes absolutas límites y su correspondiente parametrización, de acuerdo con lo propuesto por Zheng *et al.* (2005). Estos resultados fueron comparados con los de Yang *et al.* (2008) en el que, basándose en el mismo formalismo, y utilizando un catálogo de grupos de galaxias identificados en el SDSS DR4, determinaron los parámetros de la DOH para diferentes magnitudes absolutas límites.

4.2. Descripción del método de descuentos de galaxias de fondo

Para el procedimiento de descuento de galaxias de fondo se asume que, a escalas suficientemente grandes, la distribución de las galaxias es uniforme, mientras que los grupos son sobredensidades locales. Esta técnica permite combinar sistemas de galaxias tomados de relevamientos espectroscópicos con catálogos sin información del corrimiento al rojo. Esto hace que mejoremos la estadística y podamos obtener la DOH en un rango más amplio de magnitudes absolutas. La principal contribución de este método es la habilidad para determinar la DOH de galaxias satélites en magnitudes más débiles que las empleadas hasta ahora.

La técnica de descuentos involucra el conteo de objetos en una región donde hay una señal conocida y, superpuesta a ésta, un ruido no correlacionado. Por lo tanto, se realiza una sustracción de una estimación estadística de dicho ruido. En nuestro caso, la señal

está conformada por la sobredensidad donde reside el grupo, mientras que el ruido está asociado con las galaxias de fondo que no pertenecen a éste. El método propuesto requiere dos catálogos que comparten la misma región del cielo, uno de grupos y otro de galaxias. Para cada grupo, el método requiere del conocimiento de la masa, el corrimiento al rojo, la posición angular y un radio característico; para las galaxias, en cambio, sólo son necesarias las posiciones angulares y las magnitudes aparentes.

Dado que para las galaxias sólo hay información fotométrica disponible, para estimar la DOH calculamos la magnitud absoluta, asumiendo que se encuentran al mismo corrimiento al rojo que el grupo, z_{gr} ,

$$M = m - 25 - 5 \log(d_L(z_{gr})) - K_{corr} \quad (4.1)$$

donde $d_L(z_{gr})$ es la distancia en luminosidad en Mpc para z_{gr} , K_{corr} es la correspondiente corrección K , m es la magnitud aparente y M la absoluta.

Luego, definimos n_d como el número de galaxias que tienen una magnitud absoluta $M \leq M_{lim}$ dentro de un círculo centrado en cada grupo y con un radio determinado por la correspondiente proyección del radio característico en el cielo (ver panel 2 de la figura 4.1). El valor de M_{lim} establece el límite superior para el rango de magnitudes absolutas en el cual la DOH es estimada.

Debido a la imposibilidad de distinguir entre galaxias pertenecientes al grupo y galaxias de fondo, necesitamos conocer, de alguna manera, el número local de objetos de fondo con el objetivo de descontárselos a n_d . No se puede determinar directamente la contribución de galaxias de fondo y, consecuentemente, se necesita de un método estadístico. Teniendo en cuenta el comportamiento jerárquico de la estructura a gran escala, es sabido que una sobredensidad está siempre inmersa en una estructura mayor, por lo tanto, estimamos la contribución del fondo contando el número de galaxias, n_f , que cumplen nuestro criterio de selección ($M \leq M_{lim}$) en un anillo alrededor de cada grupo de galaxias (observar el panel 3 de la figura 4.1). El número de galaxias pertenecientes al grupo, N , puede ser estimado sustrayendo la densidad local de fondo, multiplicada por el área proyectada de cada grupo (es decir, la contribución de fondo a esta área):

$$N = n_d - \frac{n_f}{A_f} A_d, \quad (4.2)$$

donde A_d y A_f son las áreas proyectadas del círculo centrado en el grupo y el anillo correspondiente, respectivamente, como se muestra en el panel 4 de la figura 4.1. Dado que el método nos impone restricciones en la elección de los grupos, debemos ser cuidadosos al elegir las muestras utilizadas en cada medición. Concretamente, grupos de baja masa no pueden ser detectados a altos valores de corrimiento al rojo porque típicamente contienen galaxias débiles, mientras que grupos de alta masa pueden ser observados en todo el rango del corrimiento al rojo. Para considerar este hecho, realizamos cortes en el corrimiento al rojo para cada rango de masa de manera tal que sea visible, al menos, la galaxia más brillante de cada grupo en ese rango de masa.

Finalmente, los grupos son divididos en intervalos de masa para obtener la DOH como el N promedio, $\langle N | M_h \rangle$. Debe tenerse en cuenta que los grupos usados en este método deben estar lo suficientemente cerca como para que una galaxia con magnitud absoluta igual a M_{lim} , al corrimiento al rojo del grupo, tenga una magnitud aparente más brillante que la magnitud aparente límite del catálogo fotométrico.

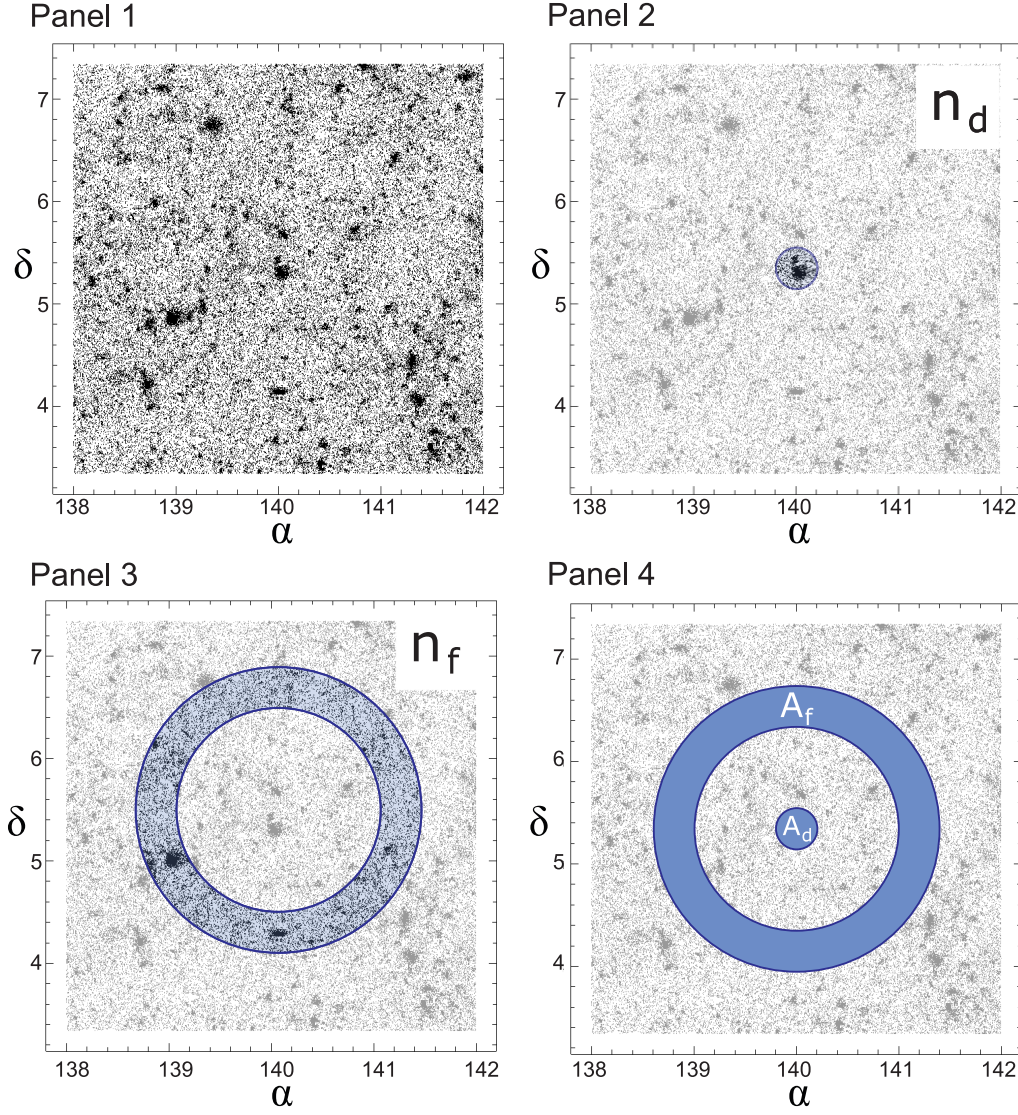


Figura 4.1: Esquema del método de descuentos de galaxias de fondo propuesto. En el primer panel, se muestra una región del cielo donde hay sobredensidades correspondientes a grupos. En el panel 2, se muestra la región correspondiente al radio característico de un grupo, donde se realizará el conteo de n_d . En el tercer panel, se muestra la región en la cual se realiza el conteo de n_f , para estimar el ruido que debe sustraerse. Finalmente, en el panel 4, se muestran las áreas que se utilizan para estimar el descuento a realizar.

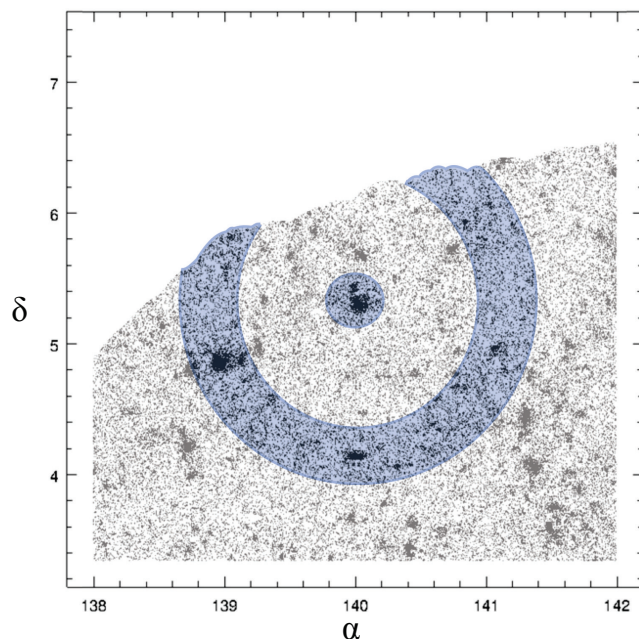


Figura 4.2: Esquema del método de descuentos de galaxias de fondo con regiones incompletas.

Es importante destacar que desarrollamos un programa de manera tal que el método pueda ser implementado en catálogos reales. En estos catálogos, no está muestreado todo el cielo y, por lo tanto, dicha implementación (que describiremos en la sección 4.5.1) permite determinar los conteos y las áreas en anillos o círculos incompletos, como se muestra en la figura 4.2.

4.3. Datos

Para evaluar el método descrito en la sección anterior, usamos los datos obtenidos de simulaciones numéricas, mientras que para obtener una estimación de la DOH, utilizamos el catálogo de galaxias SDSS DR7. Para este capítulo, como en la simulación Millennium I, adoptamos los parámetros cosmológicos tomados de los datos del WMAP1 (Spergel *et al.*, 2003): $\Omega_m = 0.25$, $\Omega_b = 0.045$, $\Omega_\Lambda = 0.75$, $\sigma_8 = 0.9$, $n = 1$ y $h = 0.73$.

4.3.1. Catálogos del SDSS

La principal ventaja de este trabajo es combinar datos fotométricos y espectroscópicos y, entonces, aprovechar el conjunto completo de datos que brinda el relevamiento SDSS. En particular, empleamos la décima liberación de datos, DR7, y el área denominada *Legacy*, que cubre más de 8400 gr^2 en cinco anchos de banda ópticos. Las imágenes provistas tienen 230 millones de objetos con magnitudes aparentes menores de 22.2 en la banda r , y los datos espectroscópicos proveen aproximadamente 900.000 espectros de galaxias con mediciones de corrimiento al rojo de hasta $z \lesssim 0.3$ y una magnitud aparente límite en la banda r de 17.77 (Abazajian *et al.*, 2009).

Los grupos usados en nuestro análisis fueron tomados del catálogo de grupos de galaxias del SDSS de Yang *et al.* (2007), construido utilizando el identificador de grupos presentado en Yang *et al.* (2005), pero actualizado al DR7 (Yang *et al.*, 2012). Como fue explicado en la sección 3.2.2, este algoritmo de búsqueda, a diferencia del tradicional FOF (por ejemplo, Merchán y Zandivarez (2005)), se basa, tanto en las sobredensidades como en la función de luminosidad. Y una propiedad de este identificador es la habilidad para encontrar sistemas con hasta sólo un miembro. Esto incrementa el número de grupos al mismo tiempo que permite ampliar el rango dinámico de masas. También utilizamos este catálogo porque nos posibilita comparar nuestros resultados con los obtenidos previamente por aquellos que lo desarrollaron.

4.3.2. Datos simulados

Con el objetivo de evaluar nuestro método, construimos un catálogo sintético utilizando galaxias extraídas de un modelo semianalítico de formación de galaxias aplicado en la simulación Millennium I. Ésta es una simulación cosmológica de N-cuerpos (Springel *et al.*, 2005), que ofrece una alta resolución espacial y temporal dentro de un gran volumen cosmológico. Evoluciona más de 10 billones de partículas de materia oscura en un cubo periódico de $500h^{-1}Mpc$, usando una longitud de suavizado de $5h^{-1}kpc$. Dado que la simulación Millennium contiene sólo materia oscura, puede ser poblada por galaxias utilizando modelos semianalíticos de formación de galaxias. Para nuestro catálogo sintético, utilizamos el modelo desarrollado por Guo *et al.* (2010) disponible públicamente en la base de datos Millennium² Esto nos permite, además, obtener información de los halos de materia oscura donde residen las galaxias.

Para construir nuestro catálogo sintético, emplazamos al observador en un vértice del cubo de la simulación Millennium y, teniendo en cuenta la periodicidad de dicha simulación, simplemente repetimos el cubo tantas veces como necesitamos para reproducir el volumen de la versión fotométrica del catálogo SDSS DR7. Calculamos el corrimiento al rojo a partir de las distancias al observador, teniendo en cuenta las distorsiones producidas por el movimiento propio y los parámetros cosmológicos usados en la simulación. El criterio de selección en flujo del catálogo sintético lo obtuvimos imponiendo los mismos límites superiores en las magnitudes aparentes que afectan al catálogo SDSS. Con el objetivo de obtener la misma región del cielo que el relevamiento, utilizamos una máscara que nos permite seleccionar angularmente (ésta será explicada más adelante). Además, el catálogo sintético de grupos se obtiene a partir del de galaxias, de acuerdo con la pertenencia de éstas a los halos de materia oscura de la simulación.

4.4. Evaluación del método

El objetivo de esta sección es demostrar la efectividad de la técnica propuesta. Con este propósito, utilizamos el catálogo sintético descrito anteriormente, ya que en éste conocemos en detalle la población de galaxias en los halos de materia oscura, lo que nos permite realizar una comparación directa con los resultados obtenidos a través de nuestro procedimiento.

²gavo.mpa-garching.mpg.de/MyMillennium

Como es sabido, las muestras limitadas en flujo no proveen suficiente información para determinar un tamaño representativo de los grupos, dado que el número visible de miembros depende de la distancia. Consecuentemente, utilizamos el modelo semianalítico para establecer una relación entre el radio característico de los grupos y sus masas, bajo la suposición de que esta última puede ser estimada a partir de sus miembros visibles. Definimos el radio característico como la distancia desde el centro del halo a la galaxia miembro más lejana. Asumiendo un comportamiento lineal entre la masa y el volumen, propusimos la siguiente relación:

$$r_c = C_1 M_h^{\frac{1}{3}} - C_2 \quad (4.3)$$

donde r_c es el radio característico y M_h la masa del halo de materia oscura. Obtuvimos los parámetros C_1 y C_2 a partir del ajuste de los datos provistos por el modelo semianalítico, utilizando una técnica simple de minimización de χ^2 , obteniendo $C_1 = 4.31 \times 10^{-5} \text{ Mpc } M_\odot^{-\frac{1}{3}}$ y $C_2 = -0.33 \text{ Mpc}$. Para calcular la contribución del fondo, tal como se describió en la sección 4.2, los radios internos y externos del anillo fueron elegidos como $r_c + 1 \text{ Mpc}$ y $r_c + 2 \text{ Mpc}$, respectivamente. Llegamos a la conclusión de que el resultado no es sensible al tamaño de este anillo, y esto nos permite que el anillo escogido sea un compromiso entre la influencia de la sobredensidad local y la solidez estadística.

Para cada magnitud absoluta límite, aplicamos nuestro método de determinación de la DOH en los datos simulados y comparamos los valores con los obtenidos a partir del conteo de galaxias en el cubo de la simulación. La figura 4.3 muestra los resultados para diferentes límites en magnitudes absolutas que van desde $M_{lim} = -21.5$ a -16.0 . Como puede verse, más allá de una pequeña sobreestimación para las magnitudes más débiles, en todos los rangos de magnitudes absolutas, hay un buen acuerdo entre nuestros resultados (en bandas sombreadas) y aquellos obtenidos del conteo directo en el cubo de la simulación (en líneas sólidas). También incluimos en esta figura la DOH correspondiente a muestras limitadas en volumen (líneas de puntos) para señalar la habilidad de nuestro método para alcanzar masas más altas a bajas luminosidades.

Como fue mencionado en la sección 4.2, es necesario restringir la muestra de grupos para eliminar cualquier sesgo producido por el hecho de que grupos masivos pueden ser observados a mayores distancias que los de baja masa. En el caso del catálogo sintético, estudiamos la distribución de galaxias brillantes para cada grupo y encontramos que, para grupos con masas $\lesssim 3.16 \times 10^{13} M_\odot$, es suficiente tomar como corrimiento al rojo máximo $z = 0.11$, dado que el extremo de la distribución de brillo de las galaxias está, aproximadamente, a una magnitud $M \simeq -19.5$. Para masas más altas, no es necesario realizar un corte en el corrimiento al rojo. Además, para magnitudes más débiles que $M = -18$, las muestras de grupos deben ser restringidas a un corrimiento al rojo determinado por el límite en magnitud aparente del catálogo fotométrico (por ejemplo, para el catálogo fotométrico SDSS, que tiene una magnitud aparente límite en la banda r de $\simeq 21.5$, para $M_{lim} = -17.5$ hay un límite en corrimiento al rojo de $z \simeq 0.15$); aún así, éstas son muy superiores que las correspondientes a muestras limitadas en volumen (siguiendo con el ejemplo anterior, la magnitud aparente límite correspondiente al SDSS espectroscópico es de 17.77. Entonces, para el mismo límite en magnitud aparente, el corrimiento al rojo máximo resultante es de $\simeq 0.04$). Esto hace que nuestros resultados cubran un rango más amplio de masas que las mediciones directas. Este efecto es más notable a medida que las magnitudes son más débiles, como puede verse en la figura 4.3.

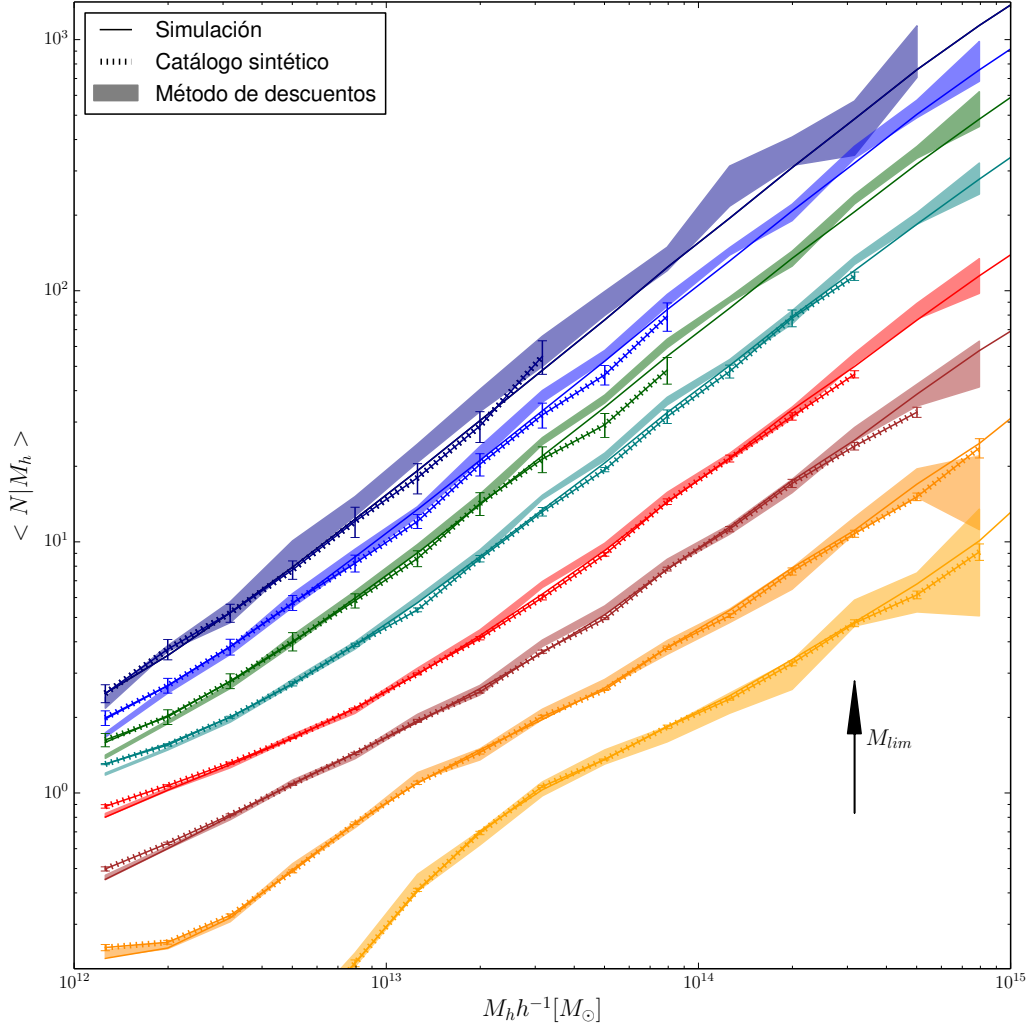


Figura 4.3: Comparación entre DOH obtenida a partir del conteo directo en muestras limitadas volumen (líneas de puntos), del método de descuento de galaxias de fondo (bandas sombreadas) y en el cubo de simulación (línea continua). De abajo hacia arriba, se muestran los resultados para $M_{lim} = -21.5, -21.0, -20.5, -20.0, -19.0, -18.0, -17.0$ y -16.0 . Los errores se calcularon utilizando el procedimiento *jackknife* estándar. Como puede verse, los resultados sugieren que nuestro método está en buen acuerdo con la estimación directa, y le otorgan robustez. Debe tenerse en cuenta que el método propuesto usa tanto catálogos fotométricos como espectroscópicos, mientras que la estimación directa sólo utiliza los datos espectroscópicos.

Una crítica usual al método de descuentos de galaxias de fondo es la falta de habilidad para evaluar la contaminación producida por las sobredensidades que están delante y detrás del grupo en estudio, ya que éstas no pueden ser distinguidas en catálogos fotométricos. Con el objetivo de estimar este efecto y aprovechando el catálogo simulado, calculamos la DOH distinguiendo entre grupos con otros grupos dentro del círculo definido por su radio proyectado característico y sin ellos, es decir, con contaminación y sin ella. Estimamos que aproximadamente el 17 % de los grupos, por efectos de proyección, tienen uno o más grupos contaminantes. Este porcentaje está homogéneamente distribuido en todo el rango de masas. La figura 4.4 muestra el resultado obtenido para todos los grupos (línea negra sólida), para los grupos con contaminación (línea azul de puntos) y sin contaminación (línea verde de trazos) para $M_{lim} = -19.0$. Puede observarse que la DOH de grupos con contaminación está sobreestimada para masas bajas, mientras que los grupos sin contaminación reproducen un comportamiento similar al de la muestra completa, es decir, los efectos de contaminación no contribuyen significativamente a la estimación de la DOH total, dada la pequeña fracción de grupos contaminados. Por otra parte, la DOH no parece estar afectada para masas altas. Esto último es importante porque los parámetros del modelos de Yang *et al.* (2008) están determinados principalmente por los valores de la DOH en esta región y compararemos nuestros resultados con los de este trabajo.

Otra posible fuente de incertezas puede provenir de los errores que se cometen típicamente al estimar la masa del halo. Para evaluar el impacto de estas incertezas en nuestro método, introducimos una dispersión gaussiana artificial de 0.2 dex alrededor de las masas de los halos proveniente de la simulación, que es el máximo observado en la relación masa-número de miembros. Este valor corresponde al extremo inferior de la distribución de masas, y es mucho menor para masas altas. Para que se entienda claramente, en la figura 4.5, sólo mostramos los resultados correspondientes a $M_{lim} = -19.0$, pero los efectos son similares para todos los rangos de magnitud absoluta utilizados y, como puede observarse, la incerteza en la masa de los halos no es significativa en la estima de la DOH.

A lo largo de este trabajo, utilizamos los centros geométricos de los grupos para estimar la DOH. Entonces, para completar la evaluación del método, consideramos el impacto del posible desplazamiento del centro de los grupos. En la figura 4.5, incluimos la DOH estimada usando como centro la galaxia más brillante y logramos demostrar que la asignación de los centros no afecta nuestros resultados.

Como conclusión de esta sección, podemos afirmar que la estimación de la DOH utilizando nuestra técnica no está afectada por efectos de proyección ni posibles sesgos en las estimas de masas y posiciones de los halos. Además, los resultados obtenidos a partir de nuestro método están en excelente acuerdo con las mediciones realizadas a partir el conteo directo de galaxias.

4.5. Implementación del método

4.5.1. DOH en el SDSS DR7

Usando los datos descriptos en la sección 4.3.1, implementamos el método propuesto en el SDSS DR7. Para esto, tuvimos en cuenta que, dado que el catálogo no cubre la totalidad del cielo, es posible que parte de las áreas A_d y A_f caigan fuera de éste. Entonces, empleamos las rutinas provistas por el *software* SDSSPix, especialmente diseñado para

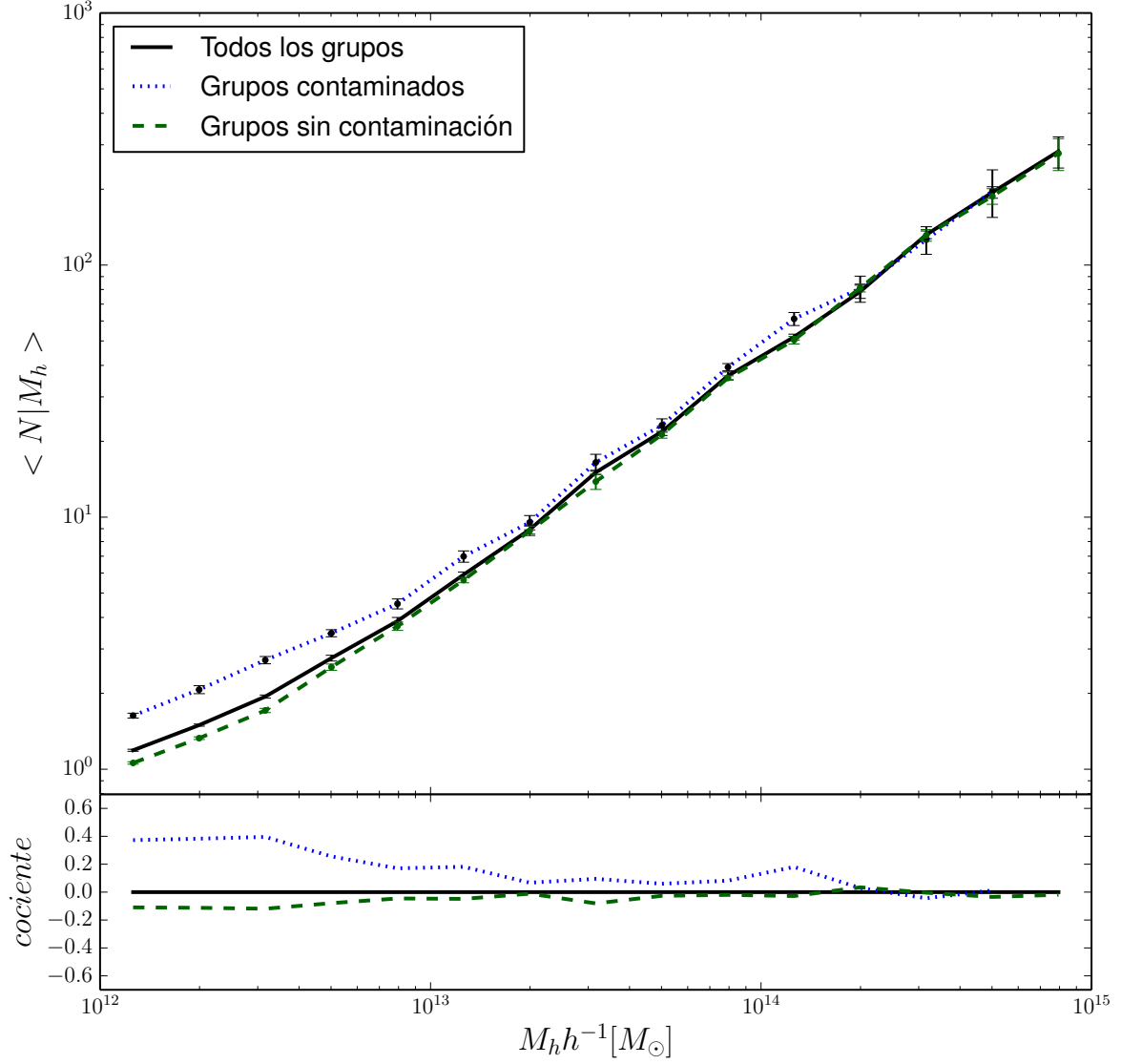


Figura 4.4: Efectos de proyección en la determinación de la DOH mediante el método de descuentos. La línea azul de puntos muestra la DOH de los grupos que tienen, en proyección, otros grupos dentro del radio característico; La línea verde de trazos corresponde a la DOH de los grupos sin contaminación; y la línea sólida negra es la DOH de la totalidad de los grupos. Se aplicó un procedimiento estándar de *jackknife* para estimar los errores. En el panel inferior, se presentan los cocientes entre la DOH estimada con contaminación y sin ella y la DOH total. Intentando ser claros, se graficaron sólo los resultados correspondientes a $M_{lim} = -19.0$.

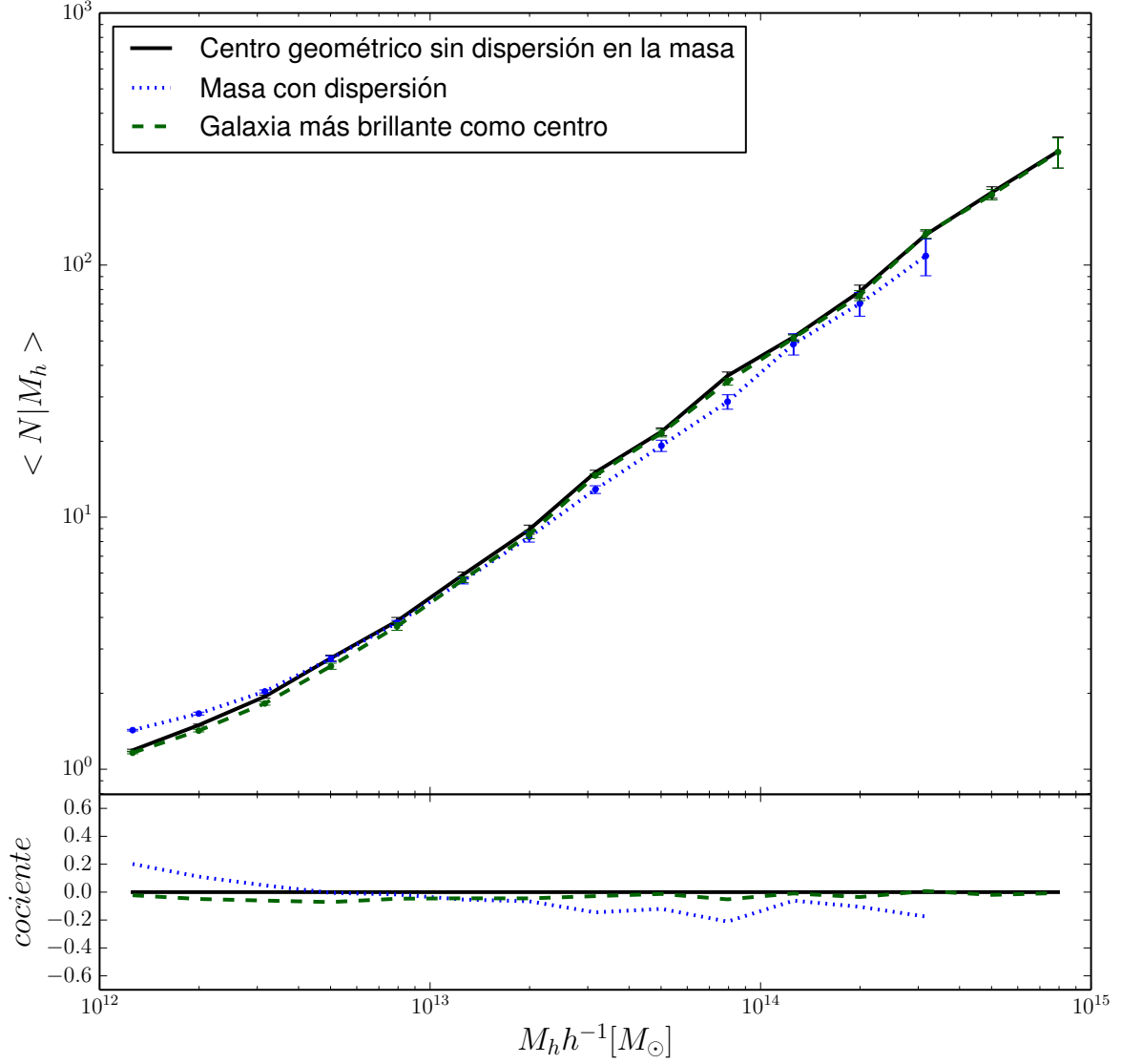


Figura 4.5: Efectos producidos por la variación de la masa y la posición de los grupos. La línea azul de puntos corresponde a una dispersión gaussiana artificial alrededor de las masas de los halos provenientes de la simulación. La línea verde de trazos muestra la DOH de los grupos utilizando la galaxia más brillante como centro. La línea sólida negra es la DOH de los grupos del catálogo simulado, con centros geométricos y masas tomadas de la simulación, como en el gráfico anterior. Los resultados corresponden a una $M_{lim} = -19.0$. En el panel inferior, se muestra el cociente entre las estimaciones de la DOH.

la geometría del Sloan (más detalles de éste se encuentran, por ejemplo, en Swanson *et al.* (2008)) para determinar la función de selección angular del relevamiento. Éste nos permitió dividir la esfera en $\simeq 7.700.000$ píxeles de igual área. Luego, realizamos una máscara inicial binaria, y establecimos como 1 los píxeles que contienen, al menos, una galaxia y como 0, los restantes. Como el tamaño del píxel es mucho menor que la separación media entre las galaxias, suavizamos la máscara inicial promediando cada píxel con sus 7×7 vecinos adyacentes. De esta forma, la función de selección angular fue confeccionada como el conjunto de píxeles con un valor que excede un límite determinado. Para obtener una estimación lo más precisa posible de A_d y A_f , realizamos una segunda división con una resolución más alta (1.962.900.000 píxeles), de esta manera, las áreas son casi proporcionales al número de píxeles que se encuentran en la intersección entre la máscara y los círculos o anillos, respectivamente.

Como la distribución de brillo de las galaxias es similar a la del catálogo simulado, se pudieron aplicar las mismas restricciones en corrimiento al rojo de acuerdo con la masa. Sólo se encontraron diferencias para masas altas, donde el extremo de la distribución es a $M \simeq -21.0$, que corresponde a un corrimiento al rojo de $z \simeq 0.17$.

En la figura 4.6, mostramos la DOH obtenida para seis rangos de magnitudes absolutas límites, como se indica en cada panel. Se puede observar el comportamiento esperado para esta distribución, es decir, el descenso en el número de galaxias a magnitudes brillantes y el decaimiento característico de la DOH descrito por Zheng *et al.* (2005) (sólo visible en los paneles inferiores).

Aunque los resultados del modelo semianalítico utilizado en la confección del catálogo sintético no puede ser comparado directamente con las observaciones, porque el modelo propuesto por Guo *et al.* (2010) no fue construido específicamente para reproducir la DOH, la comparación entre la DOH del SDSS DR7 (líneas sólidas negras) y la del catálogo simulado (líneas marrones) en la figura 4.6 muestra que los resultados del modelo semianalítico son levemente más altos que los valores correspondientes al SDSS. Esta discrepancia sugiere que la DOH puede ser utilizada para mejorar o evaluar algunos aspectos de los modelos semianalíticos.

4.5.2. Comparación con otros resultados

Para comparar nuestros resultados con los obtenidos por Yang *et al.* (2008) en el SDSS DR4, utilizamos la parametrización que estos autores proponen para la DOH de las galaxias satélites:

$$\langle N_s | M_h \rangle = \left(\frac{M_h}{M_1} \right)^\alpha \quad (4.4)$$

donde M_1 es la masa característica de un halo, por encima de la cual hay, en promedio, al menos una galaxia satélite y α es el índice de la ley de potencia.

En la figura 4.6, incluimos el ajuste para cada rango de magnitud absoluta límite (en líneas azules de puntos) y, en la figura 4.7, graficamos los parámetros que mejor ajustan la relación como función de la magnitud absoluta límite (círculos azules), conjuntamente con los valores correspondientes a los de Yang *et al.* (2008) (círculos verdes). Como puede verse, hay un excelente acuerdo entre nuestros resultados y los obtenidos anteriormente por otros autores. Además, esta figura expresa claramente una de las características más

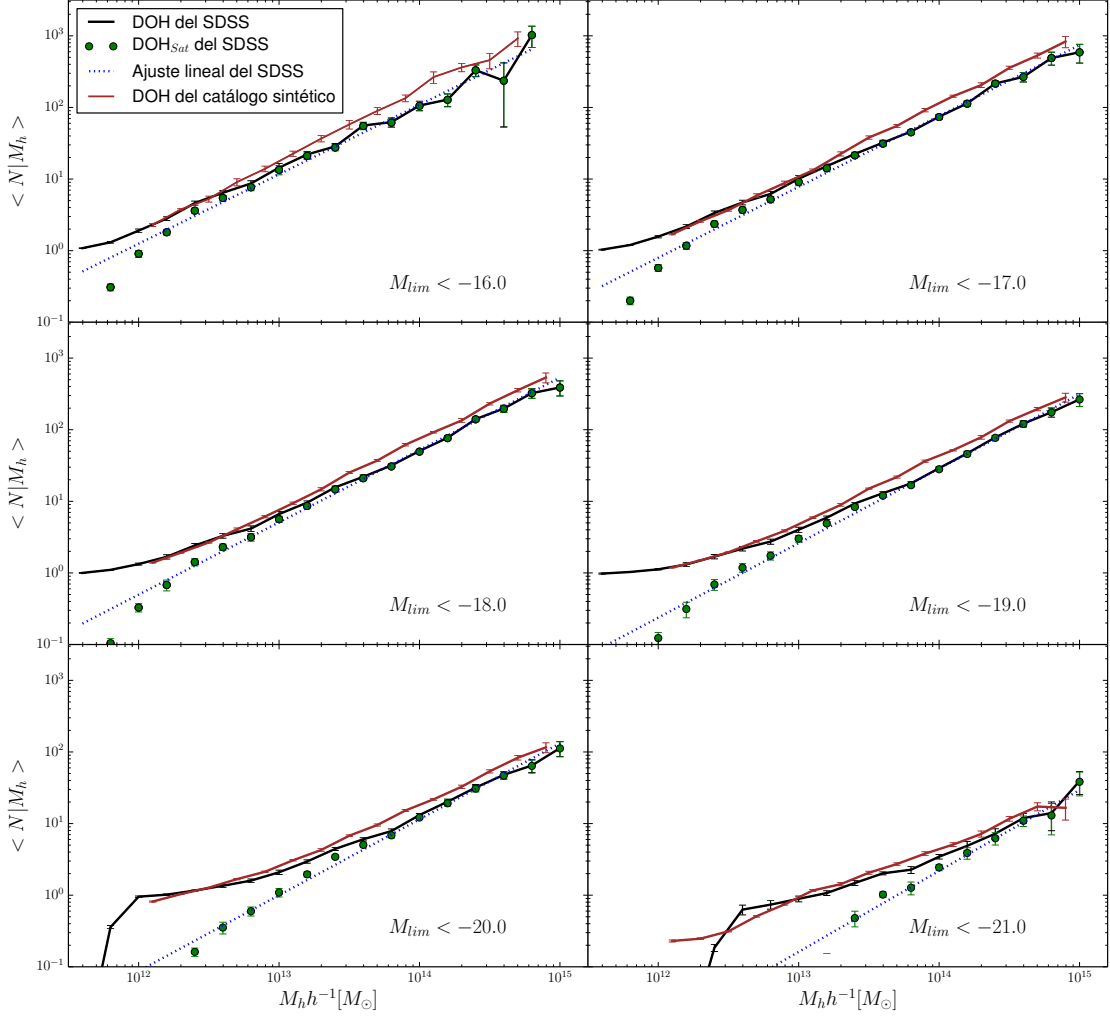


Figura 4.6: DOH obtenida para el SDSS DR7 implementando el método de descuentos para diferentes magnitudes absolutas límites ($M_{lim} = -16.0, -17.0, -18.0, -19.0, -20.0$ y -21.0 como se indica en cada panel). En líneas continuas negras, se muestra la DOH total, mientras que los círculos verdes muestran la de galaxias satélites. Las líneas azules de puntos se corresponden con el mejor ajuste lineal para la distribución de satélites. Además, sólo con el objetivo de realizar la comparación, se incluyó la ocupación estimada en el apartado anterior para catálogo sintético (líneas marrones). Las barras de error se calculan utilizando el procedimiento estándar *jackknife*.

importantes de nuestro método: la habilidad de estimar la DOH para magnitudes absolutas más débiles que las obtenidas en trabajos anteriores. En el área sombreada de la figura 4.7, se encuentran los nuevos parámetros estimados con esta técnica. Para realizar una mejor comparación, incluimos en la tabla 4.1 la información utilizada para confeccionar la figura 4.7.

Para realizar otra comparación, tomamos en cuenta datos obtenidos observacionalmente y que pueden ser comparados directamente con nuestros resultados. Esto lo hicimos con la información que Weinmann *et al.* (2011) recolectaron acerca de cuatro cúmulos de galaxias muy estudiados (Fornax, Virgo, Perseo y Coma). Todos cúmulos masivos y cercanos a la Vía Láctea. En la figura 4.8, se muestra la abundancia de esos cúmulos para dos rangos de magnitud absoluta límite tomados de Weinmann *et al.* (2011) y el número medio de galaxias en intervalos de masa centrados en las masas de esos cúmulos, aplicando nuestro método a partir de los grupos de Yang *et al.* (2012) y al catálogo SDSS fotométrico. El tamaño de los errores para las masas más altas está dado por el bajo número de grupos utilizado, por ejemplo, para $M_{lim} = -16.7$ se usaron 9 grupos y, para $M_{lim} = -19.0$, 14. De esta comparación, puede deducirse que las abundancias de Fornax, Virgo y Perseo concuerdan con el número medio de galaxias para sistemas de la misma masa, mientras que el cúmulo de Coma muestra una población significativamente menor. Aunque esto parece estar en contraposición con lo planteado por Weinmann *et al.* (2011) en los análisis de sus resultados, es importante notar que estos autores hacen una comparación con un único cúmulo tomado del modelo semianalítico de Guo *et al.* (2011), que no necesariamente representa el comportamiento de la masa media correspondiente al cúmulo de Coma.

Tabla 4.1: Comparación entre los parámetros de la DOH de las galaxias satélites obtenidos por Yang *et al.* (2008) y con nuestro método.

M_{lim}	Yang <i>et al.</i> (2008)		Método de descuentos	
	M_1	α	M_1	α
-16,0	— — — — —	— — — — —	$11,9 \pm 0,6$	$0,97 \pm 0,03$
-16,5	— — — — —	— — — — —	$12,0 \pm 0,5$	$0,98 \pm 0,03$
-17,0	— — — — —	— — — — —	$12,1 \pm 0,5$	$0,99 \pm 0,03$
-17,5	— — — — —	— — — — —	$12,2 \pm 0,5$	$1,00 \pm 0,03$
-18,0	$12,48 \pm 0,04$	$1,01 \pm 0,06$	$12,3 \pm 0,6$	$1,01 \pm 0,03$
-18,5	$12,62 \pm 0,02$	$1,05 \pm 0,04$	$12,4 \pm 0,6$	$1,03 \pm 0,03$
-19,0	$12,77 \pm 0,02$	$1,06 \pm 0,03$	$12,6 \pm 0,6$	$1,04 \pm 0,03$
-19,5	$12,93 \pm 0,01$	$1,07 \pm 0,02$	$12,8 \pm 0,6$	$1,05 \pm 0,03$
-20,0	$13,15 \pm 0,01$	$1,09 \pm 0,02$	$13,0 \pm 0,7$	$1,06 \pm 0,05$
-20,5	$13,44 \pm 0,01$	$1,10 \pm 0,02$	$13,3 \pm 0,7$	$1,11 \pm 0,05$
-21,0	$13,82 \pm 0,01$	$1,13 \pm 0,02$	$13,7 \pm 0,7$	$1,13 \pm 0,05$
-21,5	$14,34 \pm 0,01$	$1,33 \pm 0,07$	$14,2 \pm 0,7$	$1,33 \pm 0,05$

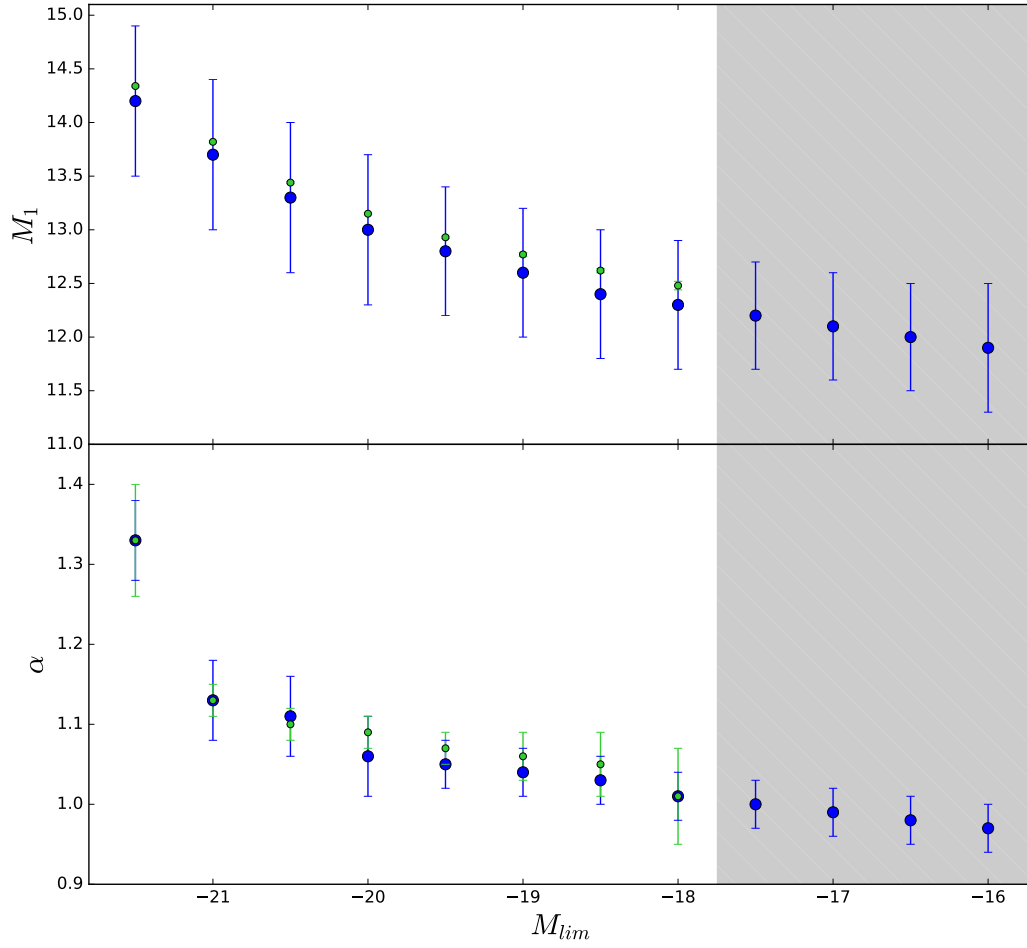


Figura 4.7: Parámetros de la DOH para galaxias satélites (ver ecuación 4.4). El panel superior e inferior muestran los parámetros M_1 y α , respectivamente, como función de la magnitud absoluta límite. Nuestros resultados se muestran en azul, mientras que los círculos verdes corresponden a los resultados de Yang *et al.* (2008). Hay un buen acuerdo entre ambos resultados y, además, nuestro método permite extender el rango de magnitudes absolutas a valores más débiles (de hasta $M_{lim} = -16.0$) sin perder robustez estadística (área sombreada). Los parámetros y errores corresponden a los obtenidos a través del método de minimización χ^2 .

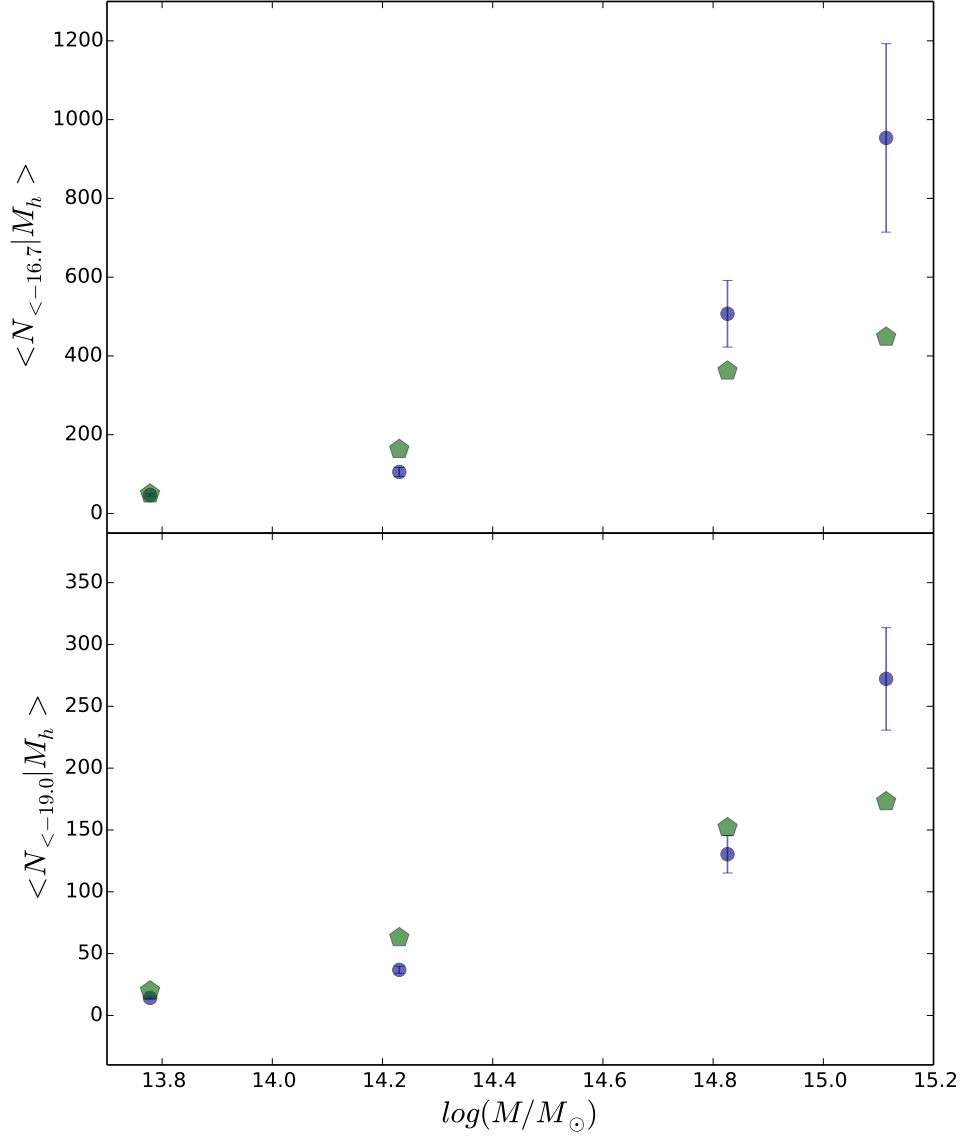


Figura 4.8: Comparación entre las abundancias observadas para cuatro cúmulos tomados de Weinmann *et al.* (2011) (en hexágonos verdes) y los resultados correspondientes al método de los descuentos (círculos azules) en intervalos de masas centrados en las masas de estos cúmulos. Utilizamos las siguientes masas: $6 \times 10^{13} M_\odot$ para Fornax, $1.7 \times 10^{14} M_\odot$ para Virgo, $6.7 \times 10^{14} M_\odot$ para Perseo y $1.3 \times 10^{15} M_\odot$ para Coma. El panel superior muestra las abundancias para $M_{lim} = -16.7$ y el inferior para $M_{lim} = -19.0$.

4.6. Conclusiones

En este capítulo, presentamos un abordaje estadístico para estimar la DOH, utilizamos la técnica de descuentos de galaxias de fondo, que combina un catálogo espectroscópico de grupos de galaxias con un relevamiento fotométrico de galaxias. Dadas las características del catálogo fotométrico, este método puede ser aplicado a grandes volúmenes y, consecuentemente, la DOH puede ser estimada en un rango más amplio de masas, inclusive para las magnitudes más débiles. Otra consecuencia del uso de información fotométrica de galaxias es la habilidad para medir magnitudes más débiles que las alcanzadas utilizando sólo información espectroscópica.

Nuestro método fue evaluado utilizando un catálogo sintético construido a partir de un modelo semianalítico de formación de galaxias (Guo *et al.*, 2010) aplicado sobre la simulación Millennium I. Demostramos que el método de descuentos de galaxias de fondo es capaz de recuperar la DOH del modelo y del catálogo sintético utilizando conteos directos en muestras limitadas en volumen, como se describe en el trabajo de Yang *et al.* (2008). Adicionalmente, estudiamos los efectos de proyección como una posible fuente de sesgos, como así también, los errores en las estimas de las masas y en los centros de masas. Demostramos que sólo el 17 % de los grupos tiene uno o más grupos superpuestos en proyección, lo que genera una distorsión imperceptible estadísticamente con respecto al modelo. También pudimos mostrar que nuestros resultados no son afectados significativamente por variaciones en la masa o posición de los grupos.

Obtuvimos la DOH para doce rangos de magnitudes absolutas límites, que van desde -16.0 a -21.5 en la banda r del SDSS. Esta estimación fue realizada utilizando el catálogo de grupos provisto por Yang *et al.* (2012) y, dada la naturaleza del método, las muestras de grupos usados en la determinación de la DOH son más profundas y numerosas, lo que nos permitió extender el rango de masas más allá de los límites estudiados en trabajos previos y alcanzar magnitudes tan débiles como $M_{lim} = -16.0$.

La técnica propuesta es capaz de combinar dos catálogos, uno de grupos y otro de galaxias, que cubren la misma región del cielo, independientemente del origen del catálogo de grupos y la banda del relevamiento que se use. Estas características lo hacen particularmente útil para estudiar la DOH en función de diferentes propiedades de los grupos y galaxias y puede permitirnos aprovechar plenamente los beneficios de la nueva generación de relevamientos de galaxias, ya que tiene entre las posibles aplicaciones la de estudiar la población de galaxias enanas (en el rango de $M_{lim} = -16.0$ a -19.0) o restringir modelos semianalíticos.

Finalmente, podríamos utilizar los resultados de este capítulo para extender el modelo anisotrópico de halos desarrollado por Sgró *et al.* (2013), con el objetivo de evaluar la habilidad de ese modelo para reproducir los resultados observacionales.

Capítulo 5

DOH y relación masa-riqueza

Las distinciones entre lo cognitivo y lo social, lo técnico y lo referido a la carrera, lo científico y lo no científico, constantemente se desdibujan y se redibujan en el laboratorio.

Karin Knorr Cetina

En este capítulo, vinculamos la DOH con la relación masa-riqueza obtenida a partir de lentes gravitacionales. Aplicamos el método de descuentos de galaxias de fondo propuesto en el capítulo anterior, construimos, a partir de la DOH, un estimador análogo con la relación masa-riqueza derivada a partir de lentes gravitacionales y realizamos la comparación entre ambos métodos. Si bien no es el objetivo de esta tesis profundizar en los estudios de lentes gravitacionales, describiremos brevemente cómo se llevó a cabo este análisis. Por último, presentamos los resultados de confrontar estas dos determinaciones independientes.¹

5.1. Relación masa-riqueza y DOH

La relación entre la masa y la riqueza óptica establece una correspondencia entre la masa de un sistema y el número de galaxias que pertenecen a ese grupo, en un cierto umbral de magnitud. Kravtsov *et al.* (2004) señala que esta relación es logarítmica y con una pendiente cercana a uno, lo que está de acuerdo con los modelos más simples de formación de estructuras. En muchos trabajos, se determinaron las masas de sistemas de galaxias utilizando lentes gravitacionales débiles y, a partir de estas determinaciones, y estimas del número de galaxias que poseen los sistemas en un cierto umbral de magnitud, se obtuvieron relaciones masa - riqueza ($M_{len} - N$). Algunas de las publicaciones donde se realiza dicho tratamiento son: Becker *et al.* (2007), Johnston *et al.* (2007), Mandelbaum *et al.* (2008), Reyes *et al.* (2008), Rykoff *et al.* (2008), Rozo *et al.* (2009), Hilbert y White (2010), Foëx *et al.* (2012) y van Uitert *et al.* (2016). En éstas, si bien se usa a la relación $M_{len} - N$ como una descripción de la manera en la que se distribuye la materia en los sistemas de galaxias, no se la vincula con la DOH. Nosotros nos propusimos determinar

¹Los contenidos de este capítulo están basados en el trabajo publicado bajo el título ***Weak-lensing measurement of the mass-richness relation using the SDSS data base*** (Gonzalez *et al.*, 2017).

independientemente la relación $M_{len} - N$ y la DOH para una misma muestra y comparar los resultados obtenidos.

Como ya hemos mencionado, la DOH permite establecer una relación entre la masa de los halos y la cantidad de galaxias que contienen, vinculando el número promedio de galaxias con la masa del halo, es decir $P(N|M_h)$. Las técnicas de apilamiento de lentes débiles, en cambio, permiten calcular la masa promedio de los halos de una dada riqueza: $P(M_h|N)$. Por lo tanto, para vincular estas dos cantidades, es necesario adecuar el método de descuentos descrito en 4.2, para obtener resultados que puedan ser comparados con los correspondientes a los determinados a través de lentes gravitacionales (es decir, $P(M_h|N)$).

Para estimar la relación masa-riqueza de los grupos aplicamos el análisis de lentes a la muestra de grupos de Yang *et al.* (2012)². Por otro lado, implementamos el método de descuentos propuesto para la DOH, obtuvimos la $P(M_h|N)$ para los sistemas de galaxias de dicho catálogo y comparamos los resultados obtenidos con ambos métodos.

5.2. Datos

5.2.1. Adquisición de datos

Los dos procedimientos llevados a cabo requieren la combinación de información fotométrica y espectroscópica: grupos identificados a partir de posiciones angulares y corrimiento al rojo, y galaxias con sus respectivas magnitudes aparentes. La necesidad de combinar datos fotométricos y espectroscópicos se presenta porque ambas técnicas intentan aprovechar toda la información que brinda el catálogo SDSS, en el cual la mayoría de los objetos no poseen mediciones del corrimiento al rojo.

Los grupos de galaxias utilizados son los mismos para el análisis de lentes y para la implementación del método de descuentos de galaxias de fondo. Éstos forman parte del catálogo de Yang *et al.* (2012) que fue descrito en el capítulo 4.

Para la determinación de la DOH, utilizamos los datos provistos por el SDSS DR7, tal como se explicó en el capítulo anterior. Para el análisis de lente débil, en cambio, se usaron las imágenes disponibles en el SDSS DR10 (es decir, el décimo lanzamiento del mismo relevamiento) en las bandas r e i . Estas imágenes se encuentran reducidas y calibradas. El motivo por el cual se utiliza el décimo lanzamiento es que éste incluye todas las imágenes de los lanzamientos anteriores y, por lo tanto, nos permite seleccionar los campos de los grupos detectados en el DR7 y buscar imágenes con las condiciones de *seeing*³ adecuadas para llevar a cabo el análisis de lentes. Como el *seeing* impide una correcta determinación de la forma, sólo se pudo realizar el análisis de las imágenes con un *seeing* menor que 1,3" en la banda i .

²Es importante mencionar que el procedimiento llevado a cabo para este análisis de lentes gravitacionales débiles fue evaluado y, una vez demostrada su efectividad, aplicado a esta muestra. Para determinar la efectividad de la aplicación de las técnicas de apilamiento en el cálculo de las masas, se analizó una muestra de sistemas de galaxias del catálogo de Koester *et al.* (2007). Elegimos estos sistemas porque han sido estudiados por otros autores con técnicas similares a las nuestras (Johnston *et al.*, 2007; Mandelbaum *et al.*, 2008; Sheldon *et al.*, 2009; Tinker *et al.*, 2012). Los detalles de esta comparación pueden encontrarse en el trabajo de Gonzalez *et al.* (2017) en el que participamos.

³Es decir, la distorsión que sufre la luz proveniente de los objetos astronómicos al atravesar la atmósfera y sus turbulencias. Adoptamos el término en inglés por considerarlo el más preciso para describir este fenómeno.

5.3. Determinación de la relación masa - riqueza a partir del análisis de lentes

5.3.1. Obtención del catálogo de galaxias fuente

Como vimos en la Sección 3.23, es posible obtener una estimación de la masa de los halos a partir del análisis de lentes gravitacionales. De acuerdo con la Ecuación 3.24, la distorsión que introduce el campo gravitacional de una lente sobre la fuente, descrito por el *shear*, está relacionado con la elipticidad observada de la fuente. En este caso, la lente gravitacional a la cual nos referimos está dado por el halo de materia oscura que aloja el sistema de galaxias, mientras que las fuentes son las galaxias que se encuentran por detrás de este halo. Por ello, para llevar a cabo la estimación de las masas, es necesario identificar las galaxias que se encuentran por detrás del halo y, luego, determinar sus parámetros de forma. Dado que se requería analizar un gran número de objetos, se automatizó el análisis de lentes. Esto se realizó mediante un programa que tiene como entrada el catálogo de sistemas a analizar (posiciones, corrimiento al rojo, coeficientes de extinción, entre otros) y como salida las galaxias clasificadas como fuente para las lentes consideradas y sus respectivas formas. El programa comienza con la adquisición de las imágenes: se descargan las imágenes en la banda i^4 , en forma automática, de acuerdo con la cercanía al sistema que vamos a analizar. Teniendo en cuenta que es importante contar con una buena precisión de las formas de las galaxias de fondo, es necesario considerar los efectos de la atmósfera que tienden a redondearlas. Con el objetivo de minimizar este efecto tuvimos en cuenta el *seeing* de las imágenes en su selección. Descartando aquellas con *seeing* alto y prefiriendo aquellas con menor *seeing* en los campos que poseían superposición de observaciones. Dado que cada galaxia puede tener varias imágenes, se determina el *seeing* correspondiente a cada una y se realiza la descarga hasta que se obtiene la primera imagen con un *seeing* menor a $0,9''$. Si no se consigue al menos una imagen con *seeing* menor de $1,3''$ en el campo del objeto, éste se descarta del análisis. Una vez que se determinó cuál es la imagen más apropiada utilizando los datos de la banda i , se descargan también los datos en la banda r , necesario para los conteos de galaxias.

El procedimiento descrito en el párrafo anterior se repite para cada uno de los sistemas a estudiar. A continuación, se clasifican los objetos en galaxias o estrellas y se descartan las falsas detecciones, para esto se sigue un procedimiento similar al propuesto por Bardeau *et al.* (2005).

Las formas de las estrellas, que son consideradas objetos puntuales, son utilizadas para la determinación de la función de dispersión de punto o PSF (del inglés, *Point spread function*), la cual posee toda la información acerca de la distribución de brillo observada en la imagen de un punto. En imágenes de galaxias, para nuestros propósitos, el principal efecto de la PSF consiste en redondear los objetos: una fuente con una dada elipticidad cuyo tamaño sea menor al *seeing* de la imagen, se verá redondeada. Más aún, las variaciones de la PSF en el campo de la imagen, introducirían elipticidades a las determinaciones que pueden emular el efecto del *shear*. En un cada campo, se estima la PSF a partir de las estrellas y ésta es utilizada para la determinación de los parámetros

⁴Se utilizan imágenes en esta banda para determinar la forma de las galaxias porque poseen un menor *seeing*.

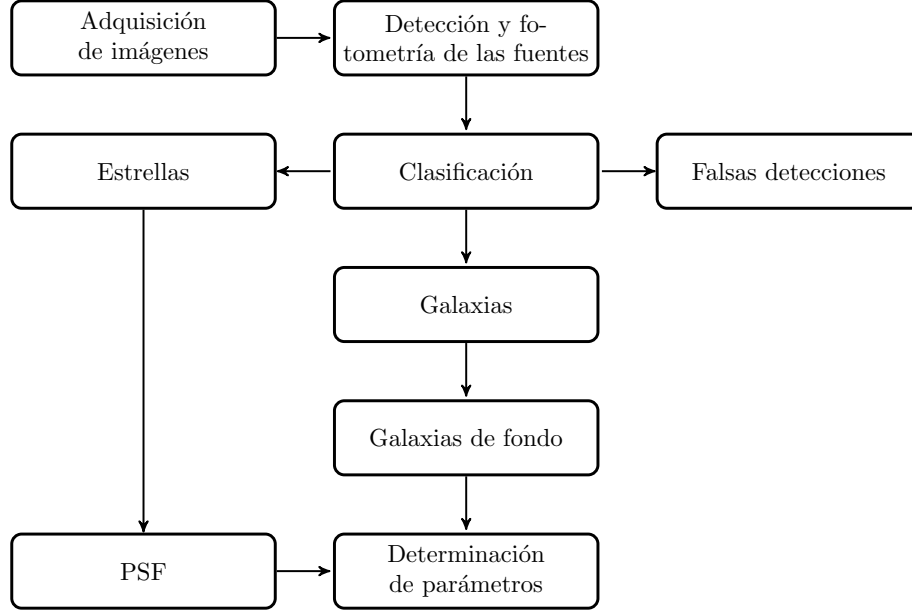


Figura 5.1: Diagrama del código utilizado para realizar el análisis de lente débil.

de forma de las galaxias.

En el análisis empleado, como no se contaba con determinaciones del corrimiento al rojo para todas las galaxias identificadas, se tuvo en cuenta un criterio fotométrico para clasificar las galaxias como fuente. Estas últimas debían tener magnitudes que estuvieran entre m_p y m_{max} , donde m_p se definió como la magnitud más débil para la cual la probabilidad de que la galaxia se encuentre por detrás del sistema es mayor a 0,7; y m_{max} depende de la imagen y permite escoger galaxias que no sean demasiado débiles. Este último criterio se toma en cuenta ya que las galaxias con magnitudes muy débiles tienen las formas medidas con una gran incerteza. Las formas de las galaxias fuentes es estimada de acuerdo con la distribución de brillo superficial observada, convolucionada con la PSF.

En la figura 5.1 se muestra un diagrama del código descripto para llevar a cabo el análisis de lentes. El resultado es un catálogo con las galaxias fuente identificadas y sus respectivas elipticidades, las cuales son relacionadas posteriormente con la distribución de masa del halo.

5.3.2. Determinación del perfil de masa

La obtención de masa a partir de lentes gravitacionales débiles está directamente relacionado con la densidad numérica de las galaxias fuente a las que se les puede determinar su forma. El catálogo utilizado (SDSS) cubre gran parte del cielo pero, dado el bajo tiempo de exposición (53,9 segundos para cada pixel), las imágenes no poseen la profundidad suficiente para realizar un análisis de lente débil de objetos individuales. Además, en este trabajo, se analizan sistemas de galaxias con masas $\sim 10^{13} M_{\odot}$ que se espera que tengan

una baja señal de lente débil. Por ejemplo, para una fuente en $z = 0,3$ y una masa de lente $\sim 10^{13} M_{\odot}$ en $z = 0,1$, la señal resultante es significativamente menor que el ruido.

Para superar los problemas antes mencionados, utilizamos técnicas denominadas de apilamiento, que consisten en combinar varios sistemas y, a partir de ellos, derivar una masa media. El uso de técnicas de apilamiento puede proporcionar una señal de lente con un nivel de confianza adecuado y, por lo tanto, permiten incrementar artificialmente la señal. Éstas, al combinar lentes con características similares, hacen que se diluyan aquellas señales producidas por la presencia de subestructuras y desviaciones de la simetría esférica de los sistemas individuales y, por lo tanto, mejoran la determinación de la masa promedio de los sistemas empleados. Asimismo, como las fuentes están afectadas por toda la materia a lo largo de la línea de la visión, el apilamiento promedia la señal de diferentes lentes y disminuye los efectos provocados por la presencia de grandes estructuras que pueden encontrarse en la dirección de cada uno de los sistemas analizados. Este apilamiento sólo agrega un ruido estadístico adicional en las determinaciones de las masas.

Utilizando las elipticidades de las galaxias de fondo, se elaboró el perfil de contraste de densidad de masa proyectada. A partir de cada una de las lentes tomadas para el análisis, de un número total de N_{lentes} , se promedia la elipticidad tangencial $e_{T,ij}$ de cada fuente i correspondiente a cada lente j . Esto se realiza para la obtención del contraste de densidad de masa superficial promediada en un anillo proyectado de radio r a la distancia del cúmulo, $\langle \Delta \Sigma(r) \rangle$, de acuerdo con:

$$\langle \Delta \Sigma(r) \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{N_{Lentes}} \sum_{i=1}^{N_{Fuentes,j}} \omega_{ij} \times e_{T,ij} \times \Sigma_{crit,j}}{\sum_{j=1}^{N_{Lentes}} \sum_{i=1}^{N_{Fuentes,j}} \omega_{ij}} \quad (5.1)$$

donde ω_{ij} son pesos asociados a las propiedades de las galaxias fuente (luminosidad, corrimiento al rojo, etc.) y $\Sigma_{crit,j}$ es la densidad de masa proyectada crítica para todas las fuentes de la lente j , definida como:

$$\Sigma_{crit,j} = \frac{c_{vel}^2}{4\pi G} \frac{1}{\langle \beta_j \rangle D_{OL_j}} \quad (5.2)$$

donde $\langle \beta_j \rangle$ es el factor geométrico promedio dado por el cociente entre la distancia diámetro angular de la lente a la fuente y la distancia angular a la fuente ($\beta = D_{LS}/D_s$) y D_L , la distancia angular del observador a la lente. Estos perfiles se utilizaron para estimar las masas totales de los sistemas a partir del ajuste de los parámetros de dos modelos: SIS y NFW.

Usualmente, estos perfiles son modelados a partir de tres componentes: la masa estelar contenida en la BCG (que es adoptada como centro del cúmulo), el halo principal de materia oscura del sistema y la contribución, debido a las concentraciones de masa cercanas a la lente (ver, por ejemplo: Johnston *et al.*, 2007; Mandelbaum *et al.*, 2008; Oguri y Takada, 2011). Las componentes mencionadas varían su influencia según las escalas. La primera ejerce una influencia significativa en pequeñas escalas (hasta 50 *kpc*), mientras que la tercera componente contribuye más allá de un radio virial del halo principal (Oguri y Takada (2011)). Debido al tamaño del campo de las imágenes provistas por el SDSS, se consideran sólo las dos primeras componentes en el modelado del perfil. También se excluyen del cálculo las regiones internas (por debajo de los 90 *kpc*) en las cuales el potencial de la BCG es dominante.

De acuerdo con lo anterior, se obtuvieron las masas a partir del ajuste del perfil, mediante el modelado del halo principal de materia oscura utilizando los perfiles SIS y NFW. El primero depende de un único parámetro, la dispersión de velocidades unidimensional σ_V , mientras que el perfil NFW posee dos parámetros: el parámetro de concentración c_{200} y el radio R_{200} . Debido a que existe una degeneración importante en estos parámetros, que sólo puede romperse si se tiene información sobre la distribución central de los halos, se fijó el parámetro de concentración de acuerdo con la relación $c_{200}(M_{200}, z)$ propuesta por Duffy *et al.* (2011) y el perfil fue ajustado a partir del radio R_{200} .

Utilizando el contraste de densidad definido en la Ecuación 3.25 es posible obtener los parámetros que describen la distribución de masa del sistema, utilizando la técnica de minimización de χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(\langle \Delta \Sigma(r_i) \rangle - \Delta \Sigma(r_i, p))^2}{\sigma_{\Delta \Sigma}^2(r_i)} \quad (5.3)$$

donde la suma se realiza sobre N intervalos radiales del perfil y p es el parámetro que será ajustado. Para el modelo SIS el parámetro será σ_v y para el perfil de NFW, será R_{200} .

5.3.3. Errores sistemáticos en las determinaciones de la masa obtenidas a partir de lentes gravitacionales

Surgen incertezas en la determinación de la masa debido al modelado del perfil, la estimación de distancias de las galaxias de fondo y la dispersión en los parámetros de forma de las galaxias de la muestra utilizada para el cálculo del perfil de densidad de masa proyectada. A continuación, mostraremos cómo tratamos cada una de las fuentes de error, que fueron consideradas como independientes.

Para modelar el perfil, se establece su centro en la galaxia más brillante, asumiendo que ésta está en el centro del potencial gravitacional. Si hay diferencias en la posición de la BCG y el centro de gravedad, esto puede disminuir la señal en las regiones centrales y generar una subestimación de la masa (Johnston *et al.*, 2007; Mandelbaum *et al.*, 2008). Para poder corregir los errores debido al centrado, aplicamos un factor $\frac{1}{p_c}$ al resultado obtenido, donde p_c está dado por:

$$p_c(N_{200}) = \frac{1}{(1 + 1/1,13 + 0,92 * (N_{200}/20))} \quad (5.4)$$

donde N_{200} está relacionado con el número de galaxias dentro de R_{200} . Este factor surge de los estudios de Johnston *et al.* (2007) y fue establecido a través de simulaciones numéricas de N-cuerpos.

Por otro lado, como no se cuenta con información espectroscópica de las galaxias de fondo, estimamos cómo afecta la varianza cósmica en la determinación del parámetro β (ver, 5.2) y su incidencia en la masa resultante. Para esto, consideramos la dispersión del parámetro β calculado en 25 áreas no superpuestas de $\sim 144 \text{ arcmin}^2$, suponiendo que las fuentes se encuentran a la misma distancia del cúmulo.

Otro factor que debemos tener en cuenta es que la masa obtenida se deriva de la combinación de las señales de un gran número de sistemas y, por lo tanto, el resultado puede estar afectado por la variedad en las propiedades de las fuentes presentes en la muestra. Para evaluar la estabilidad de los resultados, se llevó a cabo un procedimiento

jackknife, ajustando los perfiles de densidad a 100 muestras con el 80 % de los sistemas cada una.

5.4. Determinación de la $P(M_h|N)$ a partir de la DOH

En la sección anterior describimos la obtención de la relación $M_{len} - N$ a partir del apilamiento de lentes gravitacionales débiles. Para esta relación se utilizan sistemas de una dada riqueza (N), se promedian sus masas y, de esta manera, se logra estimar la masa, M_{len} , para esa riqueza. Por otro lado, a diferencia de la relación $M_{len} - N$, la DOH brinda la probabilidad de que, para una dada masa, un halo pueda tener N galaxias. Es decir, $P(N|M_h)$. Entonces, si bien la DOH y la relación M_{len} parecen ser muy similares y ambas hacen uso de la masa y el número de galaxias, no son directamente comparables: En la DOH se promedian sistemas con igual masa y diferente N , en cambio, en la relación $M_{len} - N$ se apilan sistemas con igual N y se obtiene la masa.

Con el objetivo de comparar estas dos determinaciones independientes, nos propusimos modificar el procedimiento seguido para estimar la DOH de tal manera de obtener, a partir de ella, un estimador comparable con la relación $M_{len} - N$. Descubrimos que, mediante una pequeña variación en la técnica de descuentos de galaxias de fondo descripta en la sección 4.2, podemos obtener la probabilidad de que un sistema con un N dado, tenga una masa M_h . Y este estimador es directamente comparable con la relación $M_{len} - N$ obtenida con lentes. El único requisito es que N esté definido igual en ambos casos. Es decir, que se tome el mismo límite de magnitud absoluta para ambas determinaciones.

Para la obtención de la $P(M_h|N)$ seguimos un procedimiento similar al método de descuentos. Para cada uno de los sistemas se cuentan galaxias dentro de un radio característico y en un entorno cercano alrededor de éste, luego, se realiza el descuento de galaxias de fondo y se obtiene N , que es una estima del número de miembros de ese sistema. Hasta aquí, el procedimiento es el mismo que se sigue para la *DOH* pero, como contamos con la masa asociada a cada grupo, podemos tomar todos los sistemas que tienen un mismo N y obtener una masa promedio.

5.5. Resultados

Seleccionamos cuatro submuestras según el número de miembros de los sistemas de galaxias: $N_{miembros} = 1, 2, 3$ y 4 a 6. Apilamos todos los grupos de cada una de ellas y realizamos los análisis correspondientes.

En la figura 5.2, mostramos los perfiles de densidad de masa proyectada obtenidos de acuerdo a la ecuación 5.1 para las submuestras escogidas. Estos fueron calculados utilizando los dos modelos (NFW y SIS). Podemos observar que las masas estimadas con ambos modelos presentan una gran correspondencia: $\langle \frac{M_{200}^{NFW}}{M_{200}^{SIS}} \rangle = 0,91 \pm 0,03$. Esto último nos permite afirmar que, a diferencia de lo que sucede en los cúmulos, el perfil SIS es un modelo adecuado para describir la distribución de masa de los sistemas con bajo número de miembros.

En la figura 5.3, graficamos la distribución de masas (M_h) de las submuestras de Yang *et al.* (2012), junto con nuestra determinación de masa. Observamos que nuestros resultados están en acuerdo con las distribuciones de M_h . Esto nos brinda información acerca

de la correspondencia entre las masas determinadas a partir de lentes gravitacionales y la relación masa - luminosidad utilizada en la determinación de la masa de los sistemas.

Las determinaciones de masa a través de lentes gravitacionales fueron utilizados para realizar la comparación con la relación $P(M_h|N)$ obtenida a través del procedimiento de descuento de galaxias de fondo. Para que la comparación sea válida, tuvimos en cuenta sólo los sistemas que contienen galaxias con magnitudes absolutas $M_r < -21,5$. En la figura 5.4, se muestra la $P(M_h|N)$ obtenida con el método de descuentos junto con M_{200} vs. N . Puede observarse que ambas determinaciones de masas, SIS y NFW, están bien descriptas por $P(M_h|N)$.

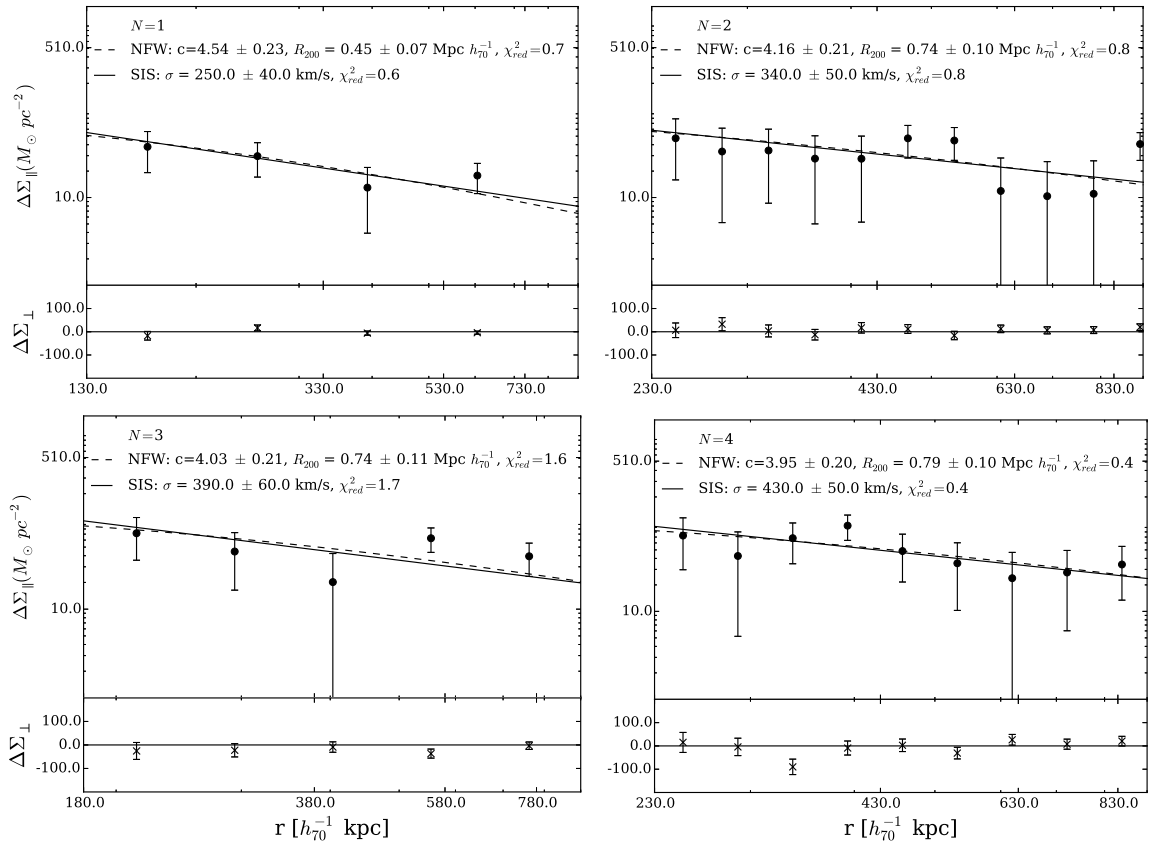


Figura 5.2: Perfiles de contraste de densidad promedio $\Delta\Sigma(r)$ de la muestra de objetos del catálogo de Yang *et al.* (2012) para diferentes intervalos de riqueza. La línea sólida y a trazos representan los mejores ajustes de los perfiles usando los modelos SIS y NFW, respectivamente, con los respectivos parámetros y errores de ajuste especificados en cada gráfico. Los paneles inferiores muestran los perfiles resultantes del promedio de las componentes cruzadas de la elipticidades, los cuales deberían ser nulos. *Este gráfico fue presentado en el trabajo de Gonzalez (2017).*

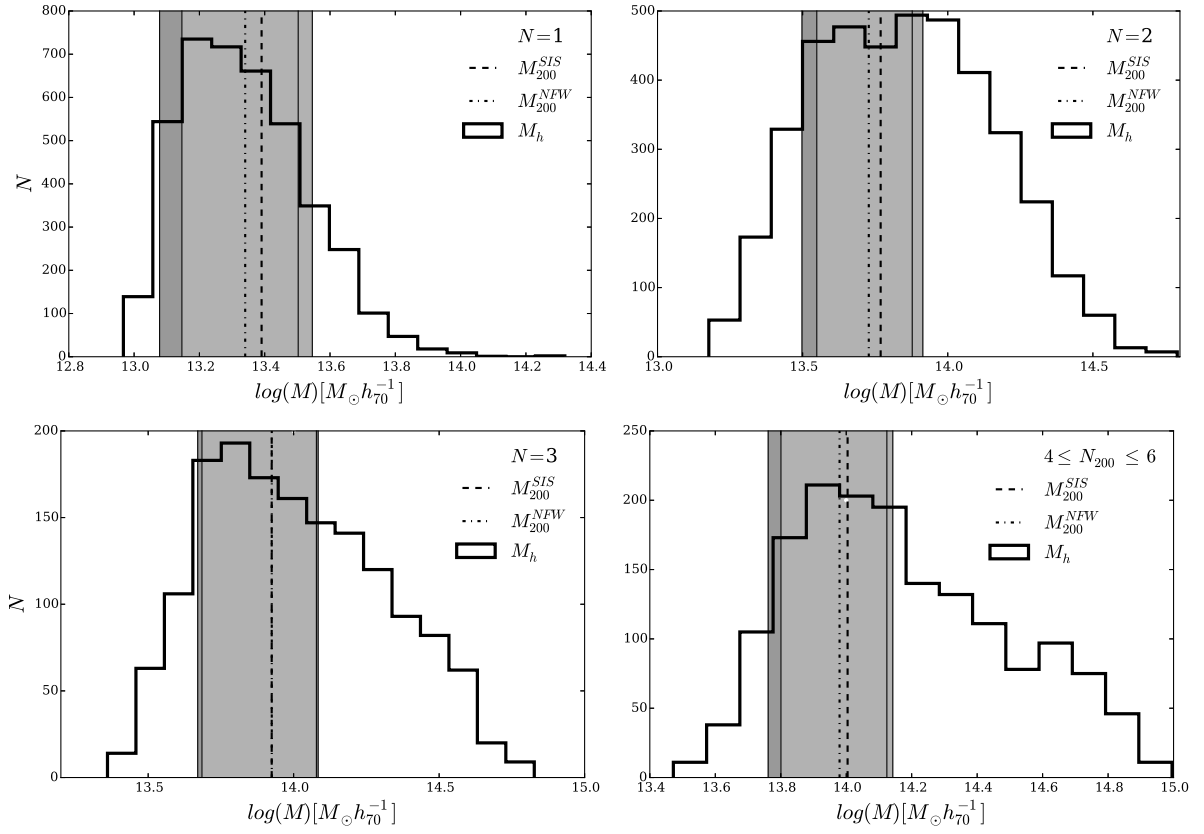


Figura 5.3: Distribución de la masas determinadas por Yang *et al.* (2012) para las cuatro muestras de grupos analizados junto con las masas de lentes estimadas en este trabajo, M_{200}^{SIS} y M_{200}^{NFW} . Las regiones en gris se corresponden con los errores en las masas, debido al ajuste. Este gráfico fue presentado en el trabajo de Gonzalez (2017).

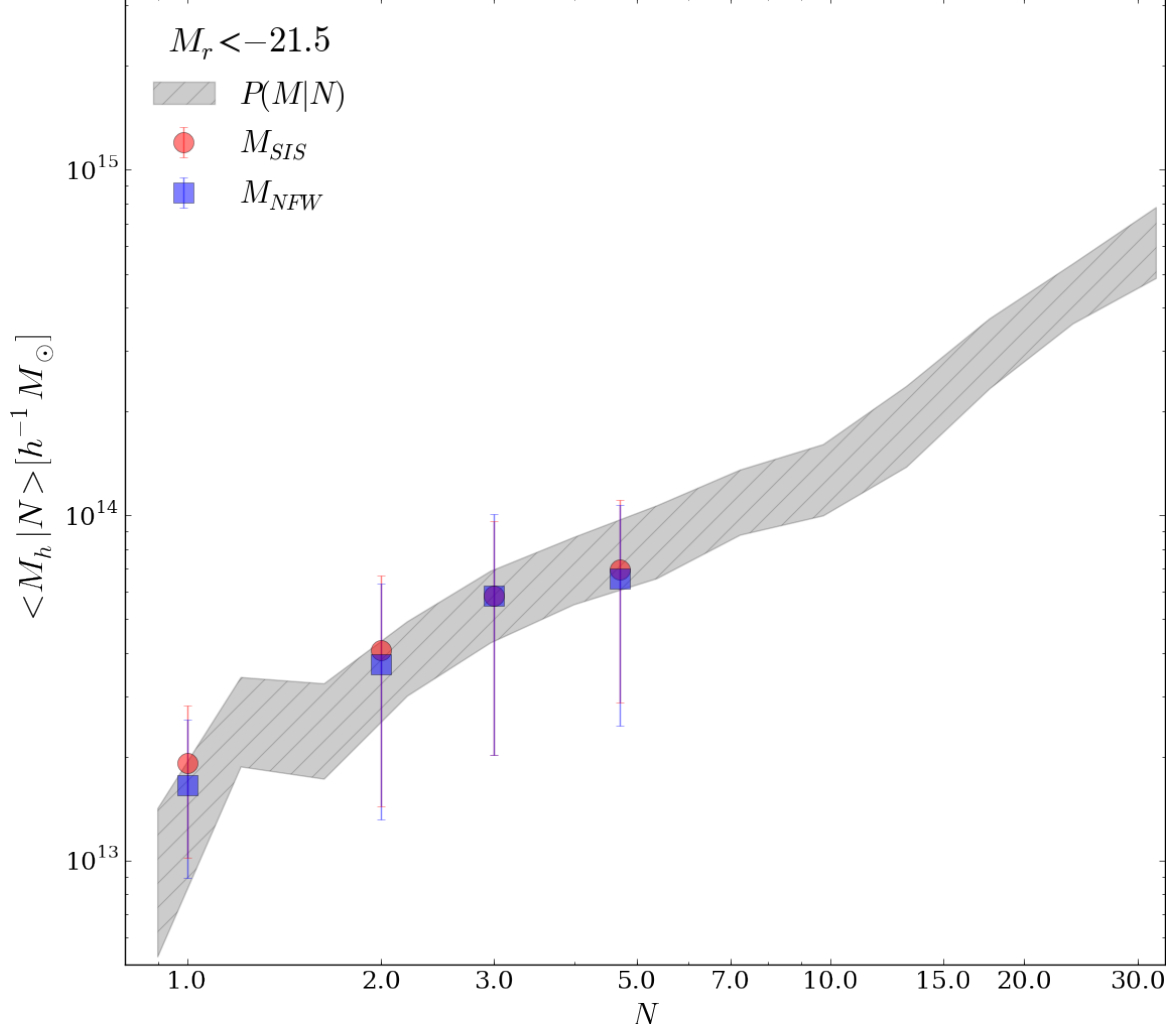


Figura 5.4: $P(M_h|N)$ obtenida a partir de datos del SDSS-DR7 implementando un método de substracción de galaxias de fondo considerando una magnitud absoluta límite $M_r^{lim} = -21,5$ (área gris). Los cuadrados azules y los círculos rojos representan las masas derivadas del análisis de lentes M_{200}^{NFW} y M_{200}^{SIS} versus N , respectivamente.

5.6. Discusión y conclusiones

En este capítulo, se mostró el proceso que se lleva a cabo para determinar la relación masa - riqueza a través del análisis de lentes gravitacionales débiles de sistemas de galaxias. También se explicó cómo se obtiene $P(M_h|N)$ a partir del método de descuentos de galaxias de fondo. Se obtuvo un buen acuerdo entre ambas relaciones. Siendo determinaciones independientes, este acuerdo indica la confiabilidad de ambas técnicas. Para poder concretar la comparación, fue necesario modificar la técnica de descuentos descrip-

ta en 4.2 tomando intervalos de riqueza, en lugar de intervalos de masa (como se hace generalmente en los procedimientos ligados a la DOH) lo cual permite que, a diferencia de las DOH publicadas por otros autores, nuestras estimaciones puedan ser directamente comparadas con las de lentes gravitacionales.

Cabe destacar el resultado particular para la submuestra con $N_{miembros} = 1$ ya que estos grupos incluyen sistemas que están compuestos por una única galaxia con información espectroscópica, lo que hace que no se pueda calcular su masa con consideraciones dinámicas. Entonces, poder determinar su masa a través de lentes gravitacionales y corroborar el resultado con el método de descuentos provee de confiabilidad a las masas obtenidas para estos sistemas.

La correspondencia entre la relación $M_h - N$ y $P(M_h|N)$ no sólo refuerza la confianza en el método empleado para la determinación de la DOH, sino que también provee un nuevo enfoque para evaluar la relación masa - riqueza. Consideramos que este trabajo permitió evaluar la técnica propuesta y ahora puede ser extendida a magnitudes límites más débiles y obtener así más información acerca de la relación entre las galaxias y la distribución de materia dentro de los halos.

Capítulo 6

Extensión del modelo triaxial de halos mediante la DOH

Las ideas se desarrollan gracias a contribuciones activas, se han construido y fabricado de manera que puedan extenderse.

David Bloor

En este capítulo, incluimos la DOH para extender el modelo anisótropo de halos propuesto por Sgró *et al.* (2013). Para evaluar esta extensión, utilizamos la determinación de la función de correlación anisótropa tridimensional, propuesta por Paz *et al.* (2011), aplicada a un modelo semianalítico de formación de galaxias.

6.1. Desviación de la isotropía y apartamiento de la forma esférica en el modelo de halos

El modelo de halos estándar y su extensión a partir de la DOH, tal como fueron presentados en las secciones 2.5 y 3.5, respectivamente, consideran que el perfil de los halos de materia oscura es esférico y que la distribución de estructuras en pequeñas y mediana escala es isotropa. Sin embargo, estudios recientes, tanto con simulaciones como utilizando datos observacionales, han demostrado que los efectos de la triaxialidad de los halos y de la distribución anisótropa de materia no son despreciables.

Mediante simulaciones numéricas, numerosos autores han determinado que los halos de materia oscura tienen formas sensiblemente diferentes apartadas de la esfericidad, encontraron, además, que tienden a presentar un eje preferencial. Es decir, si describimos al halo mediante un sistema triaxial, dos de los ejes tendrán una longitud comparable, mientras que el tercero será mayor que los otros dos. Esto hace que los halos tengan una forma prolada (entre otros, Hopkins *et al.*, 2005; Kasun y Evrard, 2005; Paz *et al.*, 2006; Thomas *et al.*, 1998; Warren *et al.*, 1992). Además, diferentes trabajos han establecido que la orientación de los halos está relacionada con la distribución de la materia circundante (por ejemplo, Altay *et al.*, 2006; Bond *et al.*, 1996; Brunino *et al.*, 2007; Colberg *et al.*, 2005).

A partir de los estudios que exploran cómo se distribuyen las galaxias, en relación con la forma proyectada de los grupos, se confirma que hay direcciones privilegiadas y que éstas coinciden con los resultados obtenidos en simulaciones (Lau *et al.*, 2011; Paz *et al.*, 2006; Paz, 2010; Paz *et al.*, 2011; Smargon *et al.*, 2012). Estos autores concluyen que las observaciones de la alineación de los grupos de galaxias concuerdan con lo establecido por las simulaciones.

En el trabajo de Paz *et al.* (2008), se propuso una versión modificada de la clásica función de correlación bipuntual halo - materia que permite cuantificar el alineamiento entre halos de materia oscura o grupos de galaxias y la estructura en gran escala. También brinda la posibilidad de comparar los resultados obtenidos a partir de simulaciones numéricas y observaciones. Diversos autores han señalado la eficiencia de este enfoque en la caracterización de los alineamientos (Faltenbacher *et al.*, 2012, 2009; Paz *et al.*, 2011; Schneider *et al.*, 2012, entre otros).

Motivado por los estudios descriptos en el párrafo anterior, Sgró *et al.* (2013) desarrolló un modelo triaxial de halos, teniendo en cuenta los efectos que producen las desviaciones de la esfericidad y la anisotropía en la distribución de materia. Éste modelo analítico utiliza un perfil triaxial para los halos de materia oscura y una función probabilística del alineamiento de los halos con la estructura circundante. Si bien este modelo brinda una descripción acaba de la distribución de materia oscura, no es posible compararlo de manera directa con determinaciones de la función de correlación en catálogos de galaxias o simulaciones hidrodinámicas.

6.2. Función de correlación anisótropa

En esta sección, describiremos la versión modificada de la función de correlación que permite tener en cuenta las anisotropías en la distribución de materia, propuesta por Paz *et al.* (2008). Tal como lo hacen en dicho trabajo, presentaremos tanto la función de correlación tridimensional como la proyectada en el plano del cielo.

Función de correlación anisótropa tridimensional

Retomando la definición dada en el apéndice B, la función de correlación grupo - galaxia, $\xi(r)$, puede entenderse como una medida del exceso de probabilidad dP , con respecto a la probabilidad aleatoria, de encontrar una galaxia a una distancia r del centro de un grupo, en un volumen de búsqueda dV , en este caso, lo expresamos como:

$$dP = \bar{\nu}[1 + \xi(r)]dV \quad (6.1)$$

Una manera estándar de medir $\xi(r)$, tanto en simulaciones como en observaciones, es contar el número de pares obtenidos (dP) en un intervalo de distancias y dividir por el número de pares esperado si éstos estuvieran distribuidos aleatoriamente. En simulaciones, este denominador es simplemente la densidad numérica media de partículas ($\bar{\nu}$) por el volumen contenido en el intervalo de distribuciones considerado ($\bar{\nu}dV$). En las observaciones y catálogos sintéticos, en cambio, es necesario generar posiciones aleatorias, de manera tal que cubra la misma región angular que el catálogo pero con una distribución radial que se corresponda con el catálogo limitado por flujo (Paz *et al.*, 2006).

Para determinar la presencia de alineamientos en la distribución de materia circundante se estudió la función de correlación cruzada grupo - galaxia descrita en el párrafo anterior. Una ventaja adicional de su utilización, además de la simplicidad de la técnica que describiremos a continuación, es que el fenómeno de alineación se manifiesta con mayor intensidad que en la función de autocorrelación.

En el procedimiento se tomó en cuenta el ángulo subtendido por el vector de posición del par y alguna dirección relacionada con uno de los ejes de forma del halo. Se realizan conteos de pares imponiendo una restricción angular alrededor de la dirección escogida.

Diversos autores analizaron las formas de los halos y encontraron que éstos pueden ser descritos por un elipsoide determinado a partir de la distribución espacial de sus miembros (Allgood *et al.*, 2006; Hopkins *et al.*, 2005; Kasun y Evrard, 2005; Lau *et al.*, 2011; Paz *et al.*, 2006, 2011; Thomas *et al.*, 1998; Warren *et al.*, 1992). Siguiendo este método, se puede obtener el tensor de forma para cada halo de materia oscura usando las posiciones de cada una de las galaxias (o, en simulaciones, partículas de materia oscura) que lo conforman. Esto puede escribirse como una matriz simétrica:

$$I_{ij} = (1/N_h) \sum_{k=1}^{N_h} X_{ki} X_{kj} \quad (6.2)$$

donde X_{ki} es el i -ésimo componente del vector del desplazamiento de una galaxia en relación con el centro del halo, y N_h es el número de galaxias en el grupo (halo).

Los autovalores de la matriz se corresponden al cuadrado de los ejes (a, b, c ; donde $a > b > c$) del elipsoide característico que mejor describe la distribución espacial de los miembros del grupo. Realizamos nuestro análisis teniendo en cuenta las direcciones de los correspondientes autovectores (\hat{a} , \hat{b} y \hat{c}). De esta manera, los halos con a y b fijos, tales que $b/a = 1$ y cualquier valor para c/b , tienen formas que se corresponden con elipsoides perfectamente oblatos. Los sistemas con $c/b = 1$, en cambio, son elipsoides perfectamente prolados. Un sistema con $b/a < c/b$ está asociado a un elipsoide triaxial con tendencia prolada, mientras que, el caso opuesto, $b/a > c/b$, corresponde a un elipsoide predominantemente oblato.

Así se establecieron tres funciones de correlación en las direcciones de los autovectores, con un ángulo de 45° , como se muestra en la figura 6.1. En esta figura, se muestra el halo central sobre el que se contabiliza el número de objetos en un dado intervalo de distancia. Dados los ejes definidos por el tensor de forma, se cuentan los vecinos que se encuentran dentro de los volúmenes rojo, verde y azul, determinados por la distancia angular a los ejes a , b o c , respectivamente.

De acuerdo con Paz *et al.* (2011), cuando se analizan observaciones, los objetos están proyectados en el plano del cielo. Entonces, a diferencia del caso tridimensional, dada una galaxia miembro de un grupo, solo se cuenta con las coordenadas x , y como aquellas que son paralelas a dicho plano es decir la ascensión recta y la declinación. Para estudiar el comportamiento de la señal de alineamiento en proyección se puede seguir un procedimiento análogo al descrito anteriormente, pero utilizando la proyección del grupo para calcular sus ejes principales, por lo tanto, solo se tendrán dos direcciones. Entonces, para obtener una función que pudiera ser comparable con los resultados tridimensional, se puede determinar la función de correlación en las direcciones paralela (π) y perpendicular (σ) a la línea de la visual: $\xi(\sigma, \pi)$. Luego, integrar sobre la coordenada π , con la finalidad

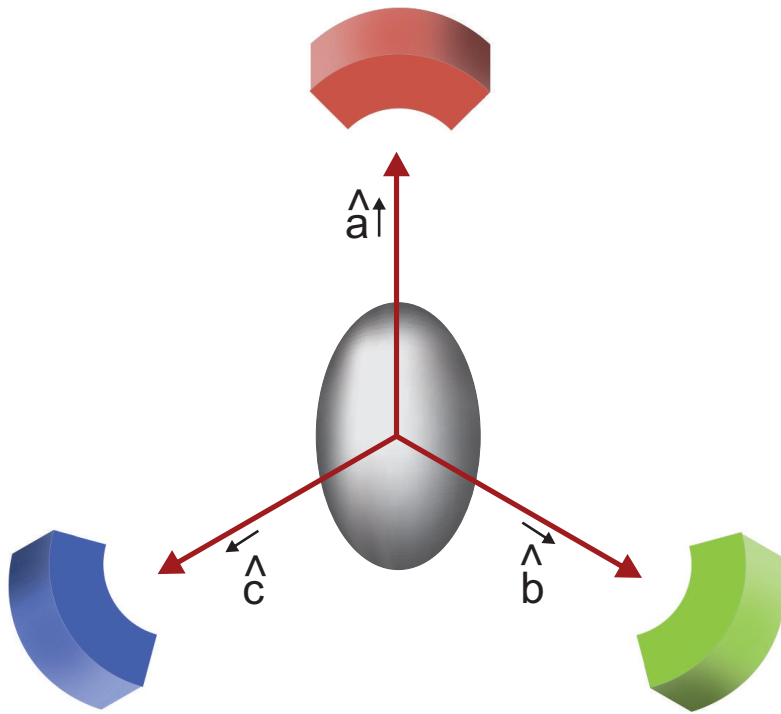


Figura 6.1: Esquema del cálculo de la función de correlación anisótropa. En el centro de la figura se encuentra representado el halo de materia oscura, las direcciones \hat{a} , \hat{b} y \hat{c} corresponden a las de los autovectores del tensor de forma y los volúmenes de color rojo, verde y azul a las regiones en las que se realizan los conteos de galaxias.

de evitar los efectos de la distorsión espacial que sufren los datos espectroscópicos (“dedos de Dios”). Como resultado de esta integración, obtenemos la función de correlación proyectada $\Xi(\sigma)$:

$$\Xi(\sigma) = 2 \int_{\pi_{min}}^{\pi_{max}} \xi(\sigma, \pi) d\pi \quad (6.3)$$

esto se podría lograr introduciendo nuevas integrales en el modelo anisótropo de halos, para promediar las direcciones tridimensionales en las coordenadas utilizadas en la ecuación anterior (Sgró *et al.*, 2013).

6.3. Modelo anisótropo de halos

En esta sección, siguiendo la propuesta de Sgró *et al.* (2013), mostramos el desarrollo analítico expuesto por el autor para realizar un modelo de halos que tiene en cuenta la triaxialidad de los halos de materia oscura y los posibles alineamientos con el ambiente que los rodea.

Como ya mencionamos, para estudiar estadísticamente la alineación y las anisotropías en la estructura en gran escala del Universo, es conveniente utilizar la función de correlación cruzada halo - materia. En este modelo, como en el modelo clásico, se considera que toda la materia del Universo está contenida en halos de diferentes masas y cada halo puede ser caracterizado mediante un perfil de densidad normalizado $U(\vec{r}, m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \equiv \rho(\vec{r}, m, \vec{f}, \vec{\epsilon})/m$, donde \vec{r} es la posición respecto al centro del halo de masa m , el vector $\vec{f} = (a, b, c)$ contiene los autovalores del tensor de forma del halo correspondiente a los autovectores (seguimos utilizando la convención $a > b > c$), y $\vec{\epsilon}$ se corresponde con las direcciones de los autovectores. A partir de estas consideraciones, el campo de densidad, $\rho(\vec{x})$, puede ser calculado de la siguiente manera:

$$\rho(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N m_i U(\vec{x} - \vec{x}_i, m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i) \quad (6.4)$$

donde N es el número total de halos en el Universo. También puede obtenerse la densidad numérica de halos, $n_c(\vec{x})$:

$$n_c(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \psi(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i) \quad (6.5)$$

donde $\psi(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i)$ es una función de selección que permite imponer restricciones en la masa, forma y alineación de los halos centros y $\delta(\vec{x} - \vec{x}_i)$ es la función delta de Dirac centrada en la posición del halo.

La distribución de probabilidad $p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon})$ de que un halo tenga una masa m , vector de forma \vec{f} y orientación ϵ , es expresado mediante la siguiente ecuación:

$$p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) = \left\langle \sum_{i=1}^N \delta(m - m_i) \delta(\vec{f} - \vec{f}_i) \delta(\vec{\epsilon} - \vec{\epsilon}_i) \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \right\rangle, \quad (6.6)$$

donde $\langle \rangle$ denota un promedio sobre todos los conjuntos de realizaciones. Como es esperable, en el caso de que no tengamos en cuenta la forma de los halos ni las orientaciones, esta función se reduce a la clásica función de masa.

Las definiciones anteriores, nos permiten calcular la densidad media de materia ($\bar{\rho}$) y la densidad numérica media (\bar{n}_c) de halos mediante las siguientes expresiones:

$$\bar{\rho} = \int dm d\vec{f} d\vec{\epsilon} m p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \quad (6.7)$$

$$\bar{n}_c = \int dm d\vec{f} d\vec{\epsilon} p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \psi(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \quad (6.8)$$

donde las integrales deben tener límites tales que se cubra todo el rango en el cual el integrando es válido.

Mediante las funciones anteriores, siguiendo un procedimiento análogo al descrito en la sección 2.5, podemos obtener la función de correlación halo - materia de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \xi_{hm}(\vec{r}) = -1 + \frac{1}{\bar{\rho}\bar{n}_c} & \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \psi(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i) \right) \right. \\ & \left. \times \left(\sum_{j=1}^N m_j U(\vec{x} + \vec{r} - \vec{x}_j, m_j, \vec{f}_j, \vec{\epsilon}_j) \right) \right\rangle \end{aligned} \quad (6.9)$$

Cabe aclarar que, en el caso de la función de correlación cruzada, la descripción analítica en el espacio de Fourier se torna engorrosa y, por lo tanto, el desarrollo del modelo se realiza en el espacio real. Consecuentemente, para obtener el término de 1 - halo y 2 - halos característicos de la función de correlación, podemos dividir la ecuación anterior en dos. Por un lado, aquellos en los cuales $i = j$, y, por otro, aquellos en los cuales $i \neq j$. El primero, describe el término de 1-halo y, el segundo, el de 2 - halos. Entonces, podemos definir:

$$\begin{aligned} \xi_{hm}^{1h}(\vec{r}) = \frac{1}{\bar{\rho}\bar{n}_c} & \int dm d\vec{f} d\vec{\epsilon} m U(\vec{r}, m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \\ & \times p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \psi(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \xi_{hm}^{2h}(\vec{r}) = -1 + \frac{1}{\bar{\rho}\bar{n}_c} & \int dm_1 d\vec{f}_1 d\vec{\epsilon}_1 dm_2 d\vec{f}_2 d\vec{\epsilon}_2 d\vec{y} \\ & \times m_2 U(\vec{r} - \vec{y}, m_2, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2) \psi(m_1, \vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1) \\ & \times \frac{1}{V} \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{i=1}^N \delta(m_1 - m_i) \delta(\vec{f}_1 - \vec{f}_i) \delta(\vec{\epsilon}_1 - \vec{\epsilon}_i) \\ & \times \delta(m_2 - m_j) \delta(\vec{f}_2 - \vec{f}_j) \delta(\vec{\epsilon}_2 - \vec{\epsilon}_j) \delta(\vec{y} - (\vec{x}_j - \vec{x}_i)) \end{aligned} \quad (6.11)$$

La probabilidad conjunta de encontrar dos halos, cada una con un dado conjunto de propiedades (forma, masa y alineación) y separados por una distancia $|\vec{y}|$, puede escribirse

como:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{V} \sum_{j=0, j \neq i}^N \sum_{i=1}^N \delta(m_1 - m_i) \delta(\vec{f}_1 - \vec{f}_i) \delta(\vec{\epsilon}_1 - \vec{\epsilon}_i) \\
& \times \delta(m_2 - m_j) \delta(\vec{f}_2 - \vec{f}_j) \delta(\vec{\epsilon}_2 - \vec{\epsilon}_j) \\
& \times \delta(\vec{y} - (\vec{x}_j - \vec{x}_i)) = p_1 p_2 (\xi_{1,2}(\vec{y}) + 1)
\end{aligned} \tag{6.12}$$

donde $p_i = p(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i)$ es la probabilidad de encontrar un halo con el conjunto de propiedades $(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i)$, siendo i el índice que corresponde a cada uno de los halos ($i = 1$ ó 2), y $\xi_{12}(\vec{y}) = \xi(\vec{y}_{12}, m_1, \vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1, m_2, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2)$ es la probabilidad conjunta de tener este par de halos, separados por una distancia \vec{y}_{12} . Es importante aclarar que, para esta última ecuación, se asume que la probabilidad de las propiedades de los halos (p_1 y p_2) y la probabilidad conjunta $(\xi_{12}(\vec{y}) + 1)$ son independientes, por lo tanto, el término de 2 - halos puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
\xi_{hm}^{2h} &= \frac{1}{\bar{\rho} \bar{n}_c} \int dm_1 d\vec{f}_1 d\vec{\epsilon}_1 dm_2 d\vec{f}_2 d\vec{\epsilon}_2 d\vec{y} \\
& \times m_2 U(\vec{r} - \vec{y}, m_2, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2) p_1 p_2 \xi_{12}(\vec{y}) \\
& \times \psi(m_1, \vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1)
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Las ecuaciones 6.10 y 6.13 brindan un modelo para la función de correlación bipuntual halo - materia anisótropa, teniendo en cuenta la forma y alineación de los halos (Sgró *et al.*, 2013).

6.3.1. Perfil de densidad triaxial

Para poder estimar los términos de 1 - halo y 2 - halos, es necesario adoptar algún perfil de densidad triaxial que describa los halos de materia oscura y una función que de cuenta de la distribución de los parámetros de los halos. Para el perfil de densidad, tal como lo hace Sgró *et al.* (2013), adoptamos el modelo triaxial descrito por Jing y Suto (2002). En éste, se asume que los contornos de igual densidad de los halos pueden representarse mediante un elipsoide triaxial concéntrico con un vector de forma \vec{f} y una orientación $\vec{\epsilon}$. Tomando la propuesta de Smith y Watts (2005), podemos parametrizar de manera sencilla estas superficies, mediante un parámetro radial R definido por:

$$\frac{R^2}{c^2} = \frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{c^2} \tag{6.14}$$

Según Jing y Suto (2002), esta definición hace posible expresar el perfil de densidad de los halos de manera similar a la de *NFW*:

$$\frac{\rho(R)}{\rho_{crit}} = \frac{\delta_c}{(R/R_0)(1 + R/R_0)^2} \tag{6.15}$$

donde δ_c es la densidad característica y R_0 es el radio de escala. El radio de escala definido por Jing y Suto (2002), análogo al del perfil de *NFW*, es $R_0 = c_e/r_e$, donde c_e es el parámetro de concentración y r_e el radio característico.

A partir del parámetro de concentración, puede obtenerse la densidad característica δ_c , considerando que la densidad media dentro del elipsoide con semieje mayor r_e es Δ_e veces la densidad crítica del Universo (ρ_c),

$$\delta_c = \frac{\Delta_e}{3} \frac{c_e^3}{\ln(1 + c_e) - c_e/(1 + c_e)} \quad (6.16)$$

Jing y Suto (2002) señalan que puede encontrarse una relación entre la densidad Δ_e y la densidad de virialización de un halo esférico con un perfil *NFW* (Δ_{vir}):

$$\Delta_e = 5\Delta_{vir} \left(\frac{a^2}{bc} \right)^{0.75} \quad (6.17)$$

estos autores también proveen las relaciones $c_e = \chi c_{vir}$ y $r_e = \chi r_{vir}$, donde c_{vir} y r_{vir} son la concentración y el radio virial de un halo esférico con un perfil de *NFW*, respectivamente, y proponen, a partir de determinaciones en simulaciones numéricas, un valor de $\chi = 0.45$. Sgró *et al.* (2013), por su parte, encuentra que $\chi = 0.5$ también es consistente con los datos de las simulaciones y, al mismo tiempo, provee un mejor acuerdo entre ambos perfiles, si se consideran halos esféricos. Además, señala que, con este último valor, se encuentran densidades características similares para ambos perfiles, en un amplio rango de masas.

6.3.2. Distribución de probabilidad de la forma de los halos

Para lograr computar el término de 1 - halo, aún es necesario definir la distribución de probabilidad $p(\vec{f}, m, \vec{\epsilon})$. Por simplicidad, asumimos que la orientación y la masa son variables independientes, mientras que el vector de forma \vec{f} , sólo depende de la masa del halo. Entonces,

$$p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) = n(m) p(\epsilon) p(\vec{f}|m) \quad (6.18)$$

donde $n(m)$ es la función de masa de los halos, mientras que $p(\epsilon)$ y $p(\vec{f}|m)$ son las distribuciones de probabilidad de forma y orientación, respectivamente.

Como la ecuación puede expresarse en términos de los cocientes $f_{12} = \frac{b}{a}$ y $f_{23} = \frac{c}{b}$, definimos la distribución de probabilidad condicional $p(\vec{f}|m)$ como $p(f_{12}, f_{23}|m)$, donde los argumentos se encuentran en el intervalo (0, 1). A partir de esta simplificación, puede reescribirse la anterior distribución, asumiendo que puede aproximársela mediante el producto de leyes gaussianas y utilizando valores cuadráticos que aseguren que la probabilidad sea nula en los bordes de los intervalos. Finalmente, la distribución de probabilidad tiene la siguiente forma:

$$p(f_{12}, f_{23}|m) \propto f_{12} (1 - f_{12}) e^{-\frac{(f_{12}-A)^2}{2\sigma^2}} f_{23} (1 - f_{23}) e^{-\frac{(f_{23}-B)^2}{2\sigma^2}} \quad (6.19)$$

donde A y B son parámetros dependientes de la masa que deben ser estimados, y σ tiene un valor fijo de 0.1. Sgró *et al.* (2013) señala que la forma de esta función está inspirada en los resultados obtenidos de simulaciones numéricas.

Finalmente, para poder concluir con el cálculo de la distribución de forma, es necesario establecer qué función de masa $n(m)$ se utilizará. Para este análisis, utilizaremos el modelo analítico provisto por Sheth *et al.* (2001).

6.3.3. Distribución de probabilidad del alineamiento

Para poder determinar el término de 2 - halos es necesario computar la ecuación 6.13. En ésta, podemos expresar a $\xi_{12}(\vec{y})$ como $\xi(\vec{y}_{12}|m_1, \vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1, m_2, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2)$. En escalas grandes, análogamente a lo expresado en 2.45 para el modelo de halos estándar, podemos aproximar ξ_{12} de la siguiente forma:

$$\xi_{12}(\vec{y}) \approx \mathcal{A}(\vec{y}_{12}|\vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2) b(m_1) b(m_2) \xi_{lin}(\vec{y}_{12}) \quad (6.20)$$

donde $b(m_1)$ y $b(m_2)$ son los factores de sesgo para los halos centros y trazadores, respectivamente, y $\xi_{lin}(\vec{y}_{12})$ es la transformada de Fourier del espectro de potencia lineal. Para estimar $\xi_{lin}(\vec{y})$ utilizamos la expresión analítica dada por Eisenstein y Hu (1999), mientras que los factores de sesgo pueden determinarse mediante el ajuste analítico provisto por Sheth *et al.* (2001).

A diferencia del modelo de halos estándar, en la fórmula 6.20 también se introdujo explícitamente el factor $\mathcal{A}(\vec{y}_{12}|\vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2)$, que permite considerar las alineaciones. Esta función, describe dos tipos de alineamiento: el alineamiento del semieje mayor del tensor de forma del halo centro y la posición de los trazadores; y el alineamiento entre las orientaciones de los halos centro y los trazadores. Este último, tiene un efecto de segundo orden en el modelo ya que las diferencias entre los ejes mayores y menores son muy pequeñas, en comparación con la distancia entre los centros de los halos y los halos vecinos. A partir de esto último y para simplificar el modelo, supondremos que la función de alineación no depende del ángulo que forman las direcciones de los ejes mayores de los halos entre sí. También, se supone que la función de alineación es independiente de la forma de los halos (es decir, de los cocientes $\frac{b}{a}$ y $\frac{c}{b}$). Entonces, se puede adoptar la siguiente expresión:

$$\mathcal{A}(\vec{y}_{12}|\vec{\epsilon}_1) \propto e^{-\frac{\theta^2}{2C^2}} + D e^{-\frac{(\theta-\pi/2)^2}{2C^2}} e^{-\frac{\phi^2}{2C^2}} \quad (6.21)$$

donde θ y ϕ son los ángulos polares y azimutales de \vec{y}_{12} en un sistema de coordenadas definido por las direcciones del vector $\vec{\epsilon}_1$. El primer término de la ecuación está relacionado con el exceso de correlación a lo largo del eje mayor, mientras que el segundo da cuenta del exceso de probabilidad en el eje intermedio.

Como la función de alineamiento es una distribución de probabilidad, se debe definir una constante de proporcionalidad a partir de la normalización. Los factores C y D , en cambio, son parámetros libres que pueden ser determinados a partir del método de máximo *likelihood*.

Por construcción, cuando θ se aproxima a 0 y ϕ tiende a ser indeterminado, la función se vuelve constante. Por otro lado, el aumento de la función cuando θ toma valores bajos, representa el alineamiento de la distribución de materia alrededor del semieje mayor, mientras que el aumento hacia valores de $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$ representa el alineamiento con el semieje intermedio (Sgró *et al.*, 2013).

6.4. Extensión del modelo anisótropo de halos mediante la DOH

El modelo anisótropo de halos, al igual que el modelo estándar, describe cómo se distribuye la materia oscura en el Universo. Pero, para contrastar dicho modelo con resultados

observacionales, como fue descrito en 3.36, debe incluirse la DOH.

Para construir el modelo anisótropo de halos de la función de correlación cruzada halo - galaxia es necesario definir algunas cantidades en función de este modelo. En primer lugar, vamos a definir el número de galaxias para una dada posición en el espacio, \vec{x} , como:

$$n_g(\vec{x}) = \sum_{i=1}^N N_i U(\vec{x} - \vec{x}_i, m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i) \quad (6.22)$$

donde explicitamos la dependencia del perfil de galaxias (U) con la forma \vec{f} y la alineación $\vec{\epsilon}$ del halo que los aloja. Como asumiremos que la distribución de galaxias sigue a la de la materia oscura, el perfil U tiene la misma forma funcional que el de Jing y Suto (2002), descrito en 6.3.1.

Una vez establecido el número de galaxias, puede obtenerse el número medio de galaxias, de la misma manera que lo hicimos en 3.31:

$$\bar{n}_g = \int dm d\vec{f} d\vec{\epsilon} p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \langle N|m \rangle \quad (6.23)$$

Utilizando las dos últimas ecuaciones, podemos definir la función de correlación grupo - galaxia como:

$$\begin{aligned} \xi_{cg}(\vec{r}) &= \left\langle \left(\frac{n_c(\vec{x})}{\bar{n}_c} - 1 \right) \left(\frac{n_g(\vec{x} + \vec{r})}{\bar{n}_g} - 1 \right) \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{n_c(\vec{x})n_g(\vec{x} + \vec{r})}{\bar{n}_c\bar{n}_g} - \frac{n_c(\vec{x})}{\bar{n}_c} - \frac{n_g(\vec{x} + \vec{r})}{\bar{n}_g} + 1 \right\rangle \\ &= \left\langle \frac{n_c(\vec{x})n_g(\vec{x} + \vec{r})}{\bar{n}_c\bar{n}_g} \right\rangle - 1 \end{aligned} \quad (6.24)$$

donde hacemos uso la siguiente expresión:

$$\left\langle \frac{n_g(\vec{x} + \vec{r})}{\bar{n}_g} \right\rangle = \frac{1}{V\bar{n}_g} \int_V d\vec{x} n_g(\vec{x} + \vec{r}) = 1 \quad (6.25)$$

Utilizando las definiciones n_c , \bar{n}_c , n_g y \bar{n}_g dadas en 6.5, 6.8, 6.22 y 6.23, respectivamente, $\xi_{cg}(\vec{r})$ puede expresarse como:

$$\xi_{cg}(\vec{r}) = -1 + \frac{1}{\bar{n}_g\bar{n}_g} \left\langle \left(\sum_{i=1}^N \delta(\vec{x} - \vec{x}_i) \psi(m_i, \vec{f}_i, \vec{\epsilon}_i) \right) \left(\sum_{j=1}^N N_j U(\vec{x} + \vec{r} - \vec{x}_j, m_j, \vec{f}_j, \vec{\epsilon}_j) \right) \right\rangle \quad (6.26)$$

Tal como lo hicimos para la materia oscura, podemos separar los términos de 1 - halo (aquellos en los cuales $i = j$) y 2 - halos (aquellos donde $i \neq j$). También podemos reemplazar las sumatorias por integrales y, de esta manera, expresar ξ_{cg}^{1h} y ξ_{cg}^{2h} de la

siguiente forma:

$$\xi_{cg}^{1h} = \frac{1}{\bar{n}_g \bar{n}_c} \int \langle N|m \rangle dm \int_A d\vec{f} \int_E d\vec{\epsilon} U(\vec{r}, m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) p(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \psi(m, \vec{f}, \vec{\epsilon}) \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} \xi_{cg}^{2h} = & \frac{1}{\bar{n}_g \bar{n}_c} \int dm_1 \int_{A_1} d\vec{f}_1 \int_{E_1} d\vec{\epsilon}_1 \psi(m_1, \vec{f}_1, \vec{\epsilon}_1) \\ & \times \int \langle N|m_2 \rangle dm_2 \int_{A_2} d\vec{f}_2 \int_{E_2} d\vec{\epsilon}_2 \int_V d\vec{y} \\ & \times U(\vec{r} - \vec{y}, m_2, \vec{f}_2, \vec{\epsilon}_2) p(m_1) p(m_2) \xi(\vec{y}_{12}) \end{aligned} \quad (6.28)$$

donde A y E son los espacios de las formas y alineaciones, respectivamente, y, en el término de 2 - halos, el subíndice 1 hace referencia al halo centro y el 2 al halo donde se encuentran alojadas las galaxias que se usarán como trazadoras para el cálculo de la función de correlación.

Es importante resaltar que no existe una descripción analítica de la DOH y, por lo tanto esta debe ser medida en el contexto en el cual se quiera realizar la extensión antes descripta y, luego, parametrizada. En este trabajo, seguiremos esta metodología para evaluar la efectividad del modelo en la descripción de las estimaciones directas.

6.4.1. Integración de la función de correlación anisótropa

La determinación numérica de la función de correlación anisotrópa, como puede observarse en las ecuaciones 6.27 y 6.28, se resume en el cálculo de dos integrales múltiples. Para resolverla, dado las integrales que deben realizarse son de orden alto (cinco dimensiones en el término de 1-halo y 11 en el de 2-halos), no es posible aplicar métodos clásicos de cuadratura debido al costo computacional. Para superar esto, se puede utilizar una técnica de integración denominada de Montecarlo, la cual describimos brevemente a continuación y que da la posibilidad de realizar integrales multidimensionales de manera mucho más eficiente. De acuerdo a este método de Montecarlo, la integral I de dimensión m de una dada función $f(\vec{x})$ en el volumen $V \subset R^m$ puede ser aproximada por medio de la siguiente expresión:

$$I = \int_V f(\vec{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_m \approx \frac{V_c}{N} \sum_{i=1}^N f(\vec{x}_i) \quad (6.29)$$

donde $\vec{x}_i = (x_i^1, \dots, x_i^m)$, son N vectores aleatorios de dimensión m dentro del volumen computacional $V_c \supseteq V$. La incerteza de la determinación de I decrece como $N^{1/2}$ independientemente de la dimensión del integrando, lo cual la hace muy adecuada para este caso. Aún así, el costo computacional sigue siendo alto si se necesitan muchas evaluaciones del modelo, es por esto que se implementó el método de Montecarlo utilizando una arquitectura de cálculo paralelo en unidades gráficas de procesamiento. Con estas optimizaciones numéricas la evaluación de 1600 modelos conlleva aproximadamente un día, en una GPU NVIDIA Tesla.

En este trabajo se intenta evaluar la efectividad del modelo en la obtención de los parámetros que ajustan la función de correlación anisotrópa medida en una simulación. Entonces, se debieron calcular una gran cantidad de modelos con el método antes descrito. Se computaron por separado el término de 1 - halo y 2 - halos en una grilla de

parámetros, se realizó la suma entre ambos y, luego, mediante el método de máximo *likelihood*, se estudió cuál sería la mejor parametrización de la función medida.

6.5. Datos simulados

Con el objetivo de evaluar la capacidad del modelo para reproducir la función de correlación cruzada grupo - galaxia, empleamos un modelo semianalítico de formación de galaxias aplicado a una simulación cosmológica de N - cuerpos. El modelo semianalítico utilizado en este trabajo es el de Croton *et al.* (2016) que incluye: acreción de gas, eyección, retroalimentación y reincorporación de material debido a fuentes galácticas, enfriamiento radiativo del gas, ciclos de calentamiento de los AGN y un nuevo tratamiento del gas en las galaxias satélites, la formación estelar y las fusiones de galaxias.

La simulación sobre la cual fue aplicado este modelo semianalítico es la denominada “Bolshoi” (Klypin *et al.*, 2011). Ésta consiste en un cubo de $250 Mpc$ de arista, que contiene sólo materia oscura, tiene una resolución en masa de $1,35 \times 10^8 M_\odot h^{-1}$ y la cosmología proporcionada por el WMAP5 ($\Omega_m = 0.27$, $\Omega_b = 0.0469$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $\sigma_8 = 0.82$, $n = 1$ y $h = 0.70$). Estos datos fueron obtenidos del *Theoretical Astrophysical Observatory* (TAO) ¹.

6.6. Determinación de la función de correlación anisótropa en la simulación

Con la información que brinda la simulación Bolshoi y el modelo semianalítico implementado en ella se puede determinar la masa de los halos de materia oscura, mediante la suma de las masas de los subhalos correspondientes a las galaxias que los componen y, también, como se conoce las posiciones de las galaxias, podemos determinar los autovectores del tensor de forma de cada uno de ellos (ver ecuación 6.2) para, finalmente, computar la función de correlación anisótropa tridimensional. Para lograr una buena estima del tensor de forma, se utilizaron aquellos grupos que tienen por los menos 10 galaxias.

Como la finalidad de esta determinación es la comparación con el modelo de halos anisótropo, realizamos las mediciones para una magnitud absoluta límite de $M_r = -19$. Esto último fue posible ya que entre los datos brindados por la simulación se encuentran las magnitudes absolutas en bandas análogas a las correspondientes al catálogo SDSS.

Los resultados de estas determinaciones se presentan en la figura 6.2 para tres rangos de masa ($12,23$ a $13,72 M_\odot h^{-1}$, $13,72$ a $14,14 M_\odot h^{-1}$ y $14,14$ a $15,34 M_\odot h^{-1}$). En negro, se encuentra graficada la función de correlación isotropa y en rojo y azul las funciones de correlación en las direcciones correspondientes a \hat{a} y \hat{c} , respectivamente (es decir, en el eje mayor y menor). Puede observarse que, para los tres intervalos de masa, las funciones de correlación calculadas en las direcciones de los ejes de forma presentan una notable diferencia con la correspondiente isotropa. Esto nos indica que hay una importante señal en esas direcciones, comparable a la obtenida por Sgró *et al.* (2013) para la función de correlación anisótropa pero utilizando sólo materia oscura.

¹tao.asvo.org.au

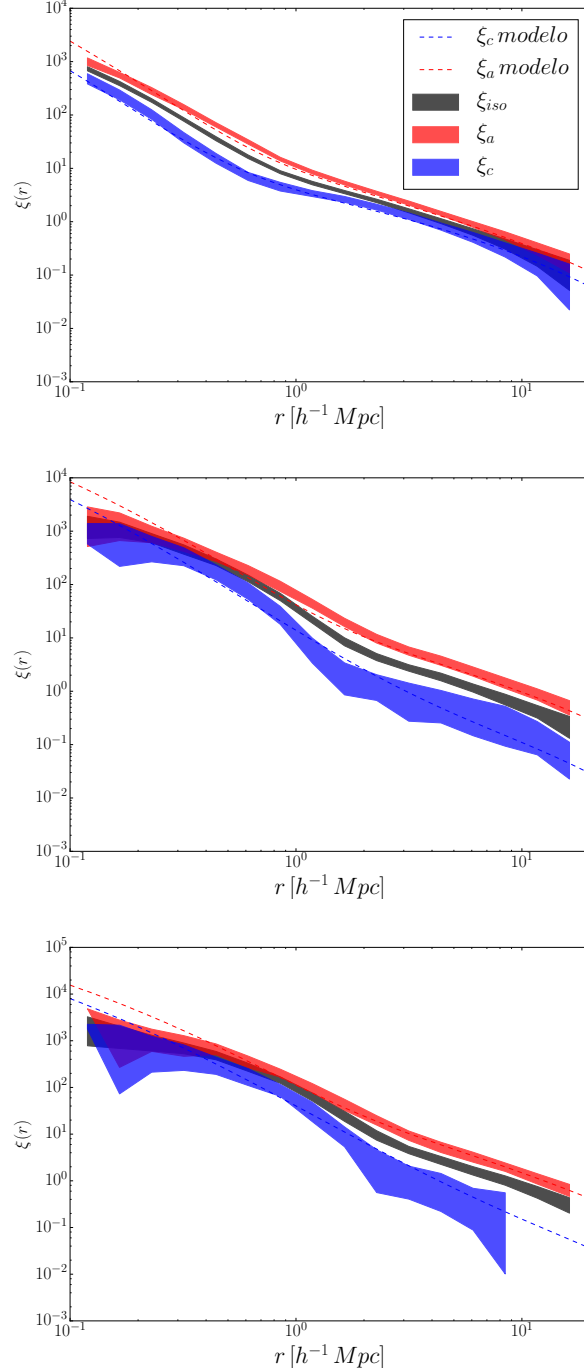


Figura 6.2: Determinación de la función de correlación anisótropa en la simulación Bolshoi. Se presenta la función de correlación isotrópica (en negro), la medida en la dirección \hat{a} (en rojo) y en la dirección de \hat{c} (en azul). Para estimar los errores, se aplicó un procedimiento estándar de *jackknife*. En este gráfico también se presentan (en líneas de trazos) los modelos obtenidos a partir de la extensión de la función de correlación anisótropa utilizando la DOH.

6.7. Implementación de la DOH en el modelo anisótropo de halos

Para poder cumplir con nuestro objetivo y determinar la función de correlación anisótropa mediante la extensión modelo anisótropo de halos, se determinó la DOH de la simulación. Esto lo hicimos para la misma magnitud absoluta límite en la que realizamos las mediciones ($M_r = -19$). Dado que, como ya mencionamos, la simulación Bolshoi brinda la posibilidad de conocer la masa de los halos que, a su vez, fueron poblados con galaxias utilizando el modelo semianalítico de formación de galaxias antes descrito, podemos saber a qué halo pertenece cada galaxia. Entonces, simplemente contando cuántas galaxias poseen magnitud absoluta menor que la límite y, promediando en intervalos de masa, podemos obtener la DOH. La figura 6.3 muestra la ocupación de halos medida en la simulación. La región sombreada representa la determinación con sus respectivos errores. Como puede observarse, es una función muy sencilla y con baja dispersión. Esto es algo común cuando se pueblan halos con modelos semianalíticos de formación de galaxias, ya que, directa o indirectamente, en éstos hay una relación entre la masa y la cantidad de galaxias. Los parámetros obtenidos para la DOH, siguiendo la descripción propuesta por Zheng *et al.* (2005) (ver las ecuaciones 3.28 y 3.30) son: $\log_{10}(M_{min}) = 11.25 \pm 0.01$, $\sigma_{cen} = 0.13 \pm 0.01$, $M_0 = (5.83 \pm 0.03) \times 10^{11}$, $M_1 = (3.77 \pm 0.02) \times 10^{12}$ y $\alpha = 0.95 \pm 0.01$.

Es importante destacar que, por la forma en que estos modelos distribuyen las galaxias en el interior de los halos, se cumple que las galaxias siguen aproximadamente la distribución de materia oscura, tal como supone el modelo de halos. Por lo tanto, no son necesarias consideraciones extra, puede usarse una parametrización de la DOH medida en la ecuaciones 6.27 y 6.28, y realizar las integraciones correspondientes.

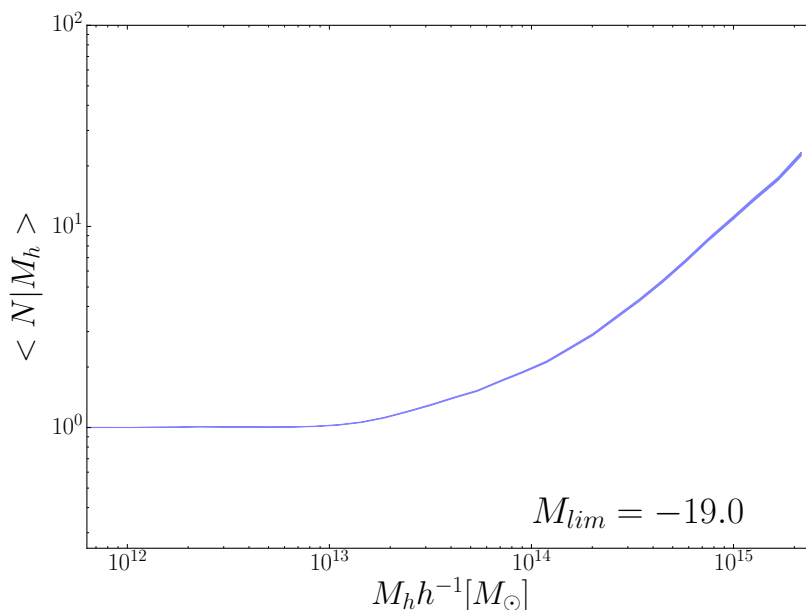


Figura 6.3: DOH del cubo de la simulación Bolshoi para $M_r = -19,0$.

Una vez determinada la DOH, todavía resta establecer los parámetros libres corres-

Tabla 6.1: Parámetros resultantes de la implementación de la DOH en el modelo anisótropo de halos

Masa [$\log_{10}(M_{\odot}h^{-1})$]	$f_{12} = \frac{b}{a}$	$f_{23} = \frac{c}{b}$	C	D
12,23 – 13,72	$0,60 \pm 0,04$	$0,74 \pm 0,04$	$0,74 \pm 0,02$	$0,96 \pm 0,02$
13,72 – 14,14	$0,74 \pm 0,1$	$0,78 \pm 0,1$	$0,42 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,02$
14,14 – 15,34	$0,86 \pm 0,1$	$0,68 \pm 0,1$	$0,40 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,02$

pondientes a la distribución de probabilidad de forma y alineación. Estos son cuatro, dos se fijan a partir del término de 1 - halo y, los otros dos, a partir del de 2 - halos. Para poder evaluar si la extensión del modelo anisótropo de halos puede reproducir las determinaciones directas de la función de correlación, se evaluó el modelo en una grilla de parámetros que toma en cuenta 41 valores para cada uno de ellos. Como se computan por separado el término de uno y dos halos, debieron realizarse 1681 (41^2) evaluaciones para cada término. Para encontrar el conjunto de parámetros del mejor ajuste, se comparó cada una de ellas con la determinación en la simulación, mediante el método de máximo *likelihood*. Tanto las integraciones como las comparaciones debieron llevarse a cabo para cada uno de los rangos de masa, ya que ésta es una de las cantidades a integrar.

Los parámetros obtenidos se presentan en la tabla 6.1, y sus modelos fueron graficados con líneas de trazos en la figura 6.2, conjuntamente con las determinaciones directas de la función de correlación anisótropa. Los errores de estos parámetros presentados en la tabla se establecieron tomando un nivel de confianza del 90 %, en los parámetros del término de dos halos, el error tabulado es el tamaño de la grilla utilizada, ya que la resolución del espaciado no nos permitió evaluar el nivel de confianza del 90 %.

A partir de la figura 6.2 puede observarse que las funciones modeladas son consistentes con las medidas en la simulación para los tres intervalos de masa. También, a partir de sus parámetros, puede determinarse que los halos más masivos poseen formas que se apartan más de la esférica, con perfiles de masa más prolados que los halos de menos masa. Estos resultados están de acuerdo con el consenso actual acerca de la forma de los halos y la formación de estructuras (Altay *et al.*, 2006; Lau *et al.*, 2011; Paz *et al.*, 2006; Sgró, 2014).

6.8. Conclusiones

En este capítulo, implementamos la DOH en el modelo anisótropo de halos propuesto por Sgró *et al.* (2013), logramos extenderlo y compararlo con mediciones tridimensionales de la función de correlación anisótropa planteada por Paz *et al.* (2011). Con el fin de evaluar la capacidad de nuestra prescripción analítica para reproducir la realidad, utilizamos un modelo semianalítico de formación de galaxias (Croton *et al.*, 2016) aplicado sobre la simulación Bolshoi (Klypin *et al.*, 2011). Esto nos permitió obtener los parámetros del modelo de halos que mejor reproducen las determinaciones directas. Sin embargo, lograr esto acarrió un importante costo computacional que deberíamos superar para incrementar el número de evaluaciones realizadas.

Si bien la DOH nos permitió comparar resultados obtenidos directamente con el modelo anisótropo teórico y éstos muestran una buena correspondencia, el modelo parece ser más eficiente reproduciendo la distribución de materia oscura que la de galaxias. Esto podría ser explicado teniendo en cuenta que la medición de la función de correlación

anisótropa utilizando galaxias presenta mayores desafíos que la determinada con partículas de materia oscura.

En este trabajo, logramos un primer vínculo entre el modelo anisótropo de halos y las determinaciones directas de la función de correlación anisótropa. Para profundizar en este sentido, el siguiente paso que se debería realizar es llevar a cabo más evaluaciones a dicho modelo, por ejemplo, intentando medir la función de correlación proyectada en el plano del cielo (tal como lo sugiere Paz *et al.*, 2011, presentada en la ecuación 6.3), esto podría realizarse siguiendo un procedimiento análogo al utilizado en este capítulo, pero aplicado a un catálogo sintético. Esto último, a su vez, daría la posibilidad de comparar el modelo con las funciones de correlación determinadas a partir de los grandes catálogos de galaxias. Dicha comparación debería ser acompañada de una correcta proyección analítica del modelo anisótropo de halos y de una determinación de la DOH en el catálogo, con un procedimiento como el descrito en 6.7.

Capítulo 7

Conclusiones

La crítica destrivializa lo trivial y pone de manifiesto precisamente cuánto damos por supuesto en lo que nos parece evidente por sí mismo.

David Bloor

En esta tesis hemos indagado sobre la distribución de la materia en el Universo y, específicamente, cómo las galaxias pueblan los halos de materia oscura, desde una perspectiva estadística. Para poder abordar este tema, hicimos uso de simulaciones numéricas, catálogos sintéticos y grandes relevamientos de galaxias. Estas herramientas nos permitieron evaluar las técnicas desarrolladas, implementarlas en catálogos observados y obtener resultados novedosos.

El primer aporte de este trabajo fue la presentación, implementación y evaluación de un método de descuentos de galaxias de fondo. Esta técnica permite incluir información fotométrica en la DOH y, por lo tanto, incrementar el rango de masa y luminosidades en el que se realizan las determinaciones. Esto se consigue combinando dos catálogos, uno de grupos y otro de galaxias de la misma región del cielo, cualquiera sea el origen de estos catálogos. Una de las principales virtudes de este método es su utilidad para estudiar la DOH en función de diferentes propiedades de los grupos y galaxias y, además, permite aprovechar las características de la nueva generación de relevamientos de galaxias, ya que tiene entre las posibles aplicaciones la de estudiar la DOH para magnitudes bajas ($M_{lim} = -16.0$ a -19.0 , en el caso del SDSS) o para evaluar la implementación de modelos semianalíticos.

Los resultados obtenidos a partir del cálculo de la DOH con el método descuentos de galaxias de fondo pudieron compararse con los de otros autores y mostraron un gran acuerdo. Además, pudo determinarse la DOH para magnitudes absolutas límites no alcanzadas por otros métodos. Es importante mencionar que, en el desarrollo de este trabajo se evidenció que, para lograr estimar la DOH, se necesitan grupos de galaxias con bajo número de miembros y, por lo tanto, debimos utilizar grupos identificados por otros autores. Como la DOH podría tener alguna dependencia con la muestra utilizada para su determinación, nos proponemos, como trabajo a futuro, realizar una identificación propia de grupos de galaxias con las características necesarias para la determinación DOH y, de esta manera, continuar con las investigaciones en este campo.

Contar con un método propio para el cálculo de la DOH nos permitió comparar esta

determinación estadística con otro estimador que también establece una relación entre las galaxias y la masa del halo que los contiene: la relación masa - riqueza obtenida a partir de lentes gravitacionales ($M_{len} - N$). Para esto, fue necesario realizar algunas modificaciones a la técnica de descuentos propuesto, con la finalidad de que nuestra determinación sea directamente comparable con los resultados de lentes gravitacionales débiles. Dado que el método que propusimos computa el número de miembros independientemente de la masa, es posible, tomar intervalos de riqueza, para luego calcular la masa promedio, a diferencia de la forma habitual de estimar la DOH, donde se promedia la riqueza para cada intervalo de masa. Esto permite que nuestras estimaciones puedan ser directamente comparadas con las de lentes gravitacionales, a diferencia de las DOH publicadas por otros autores.

Si bien nuestra técnica permite medir la relación masa-riqueza en un amplio rango de valores, las determinaciones mediante el apilamiento de lentes gravitacionales débiles sólo pudieron realizarse para cuatro valores de riqueza ($N_{miembros} = 1, 2, 3$ y 4 a 6). Esta limitación de la técnica de lentes débiles se debe principalmente a que la cantidad de grupos de alta riqueza en el catálogo utilizado no permiten realizar una buena estadística. Esto refuerza la necesidad, planteada en el párrafo anterior, de estudiar la posibilidad de obtener un catálogo propio adecuado también para estos fines. Los resultados obtenidos para las riquezas estudiadas fueron consistentes, mostrando la confiabilidad de ambas técnicas como así también de la robustez de los resultados obtenidos. Cabe destacar que cada una de las técnicas posee un método completamente independiente para la determinación de la masa. Un aporte adicional de esta comparación es que nos da la posibilidad de evaluar dos estimas independientes de la masa de sistemas con bajo número de miembros, esto es importante ya que no puede determinarse una masa confiable para estos grupos mediante consideraciones dinámicas.

En este trabajo, también se intentó vincular a la DOH con los modelos teóricos que explican la distribución de materia en el Universo. Este se llevó a cabo a partir de dos resultados previos: la función de correlación anisótropa (propuesta por Paz *et al.*, 2011), que cuantifica el alineamiento de la forma de los sistemas de galaxias con la estructura en gran escala del Universo; Y el modelo anisótropo de halos (desarrollado por Sgró *et al.*, 2013), que, motivado por el resultado anterior, describe analíticamente la función de correlación anisótropa tridimensional para la materia oscura. El aporte de este trabajo fue el de implementar analíticamente la DOH en el modelo anisótropo de halos. Además de evaluar esta implementación, se realizaron determinaciones directas de la función de correlación anisótropa en un modelo semianalítico de formación de galaxias aplicado sobre una simulación numérica cosmológica de materia oscura. Se compararon los resultados y se obtuvieron los parámetros del modelo que mejor ajustan las funciones de correlación medidas. Sin embargo, para poder comparar los resultados de los modelos teóricos con las observaciones en catálogos reales como el SDSS, sería necesario implementar analíticamente algún método de proyección del modelo anisótropo de halos. Luego de esto, sólo restaría medir la DOH en el catálogo real (por ejemplo, utilizando del método de descuentos de galaxias de fondo) junto con la función de correlación anisótropa en el plano del cielo (Paz *et al.*, 2011, presentada en la ecuación 6.3).

Resumiendo, se estudió en profundidad la DOH y se desarrolló una nueva técnica para medirla en grandes catálogos de galaxias. Los resultados se cotejaron con los correspondientes obtenidos a través de la técnica de lentes gravitacionales débiles. Finalmente, se implementó la DOH en un modelo teórico que reproduce la distribución de la materia

oscura en gran escala, esto permitió describir la distribución de galaxias en un modelo semianalítico, que tiene en cuenta los procesos astrofísicos a los cuales está sometida la materia bariónica.

Apéndice A

Fundamentos del modelo cosmológico

A.1. Ecuaciones de campo de Einstein

Einstein (1915), a partir de los principios de equivalencia y de covarianza general, postuló las ecuaciones de campo. Éstas describen la gravitación como resultado de un espacio-tiempo cuatridimensional cuya curvatura se debe a la materia y energía que lo componen. Haciendo uso del álgebra tensorial estas ecuaciones pueden expresarse como:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

donde $g_{\mu\nu}$ es la métrica del espacio tiempo, $T_{\mu\nu}$ es el tensor energía-momento, Λ es la constante cosmológica, R es el escalar curvatura ($R \equiv R^\mu_\mu$) y $R_{\mu\nu}$ ($R_{\mu\nu} \equiv R^\kappa_{\mu\kappa\nu}$) es el tensor de Ricci. $R^\mu_{\nu\kappa\lambda}$ es el tensor de Riemman y se define, a través de los símbolos de Christoffel, de la siguiente manera:

$$R^\mu_{\nu\kappa\lambda} \equiv \partial_\kappa \Gamma^\mu_{\nu\lambda} - \partial_\lambda \Gamma^\mu_{\nu\kappa} + \Gamma^\mu_{\alpha\kappa} \Gamma^\alpha_{\nu\lambda} - \Gamma^\mu_{\alpha\lambda} \Gamma^\alpha_{\nu\kappa} \quad (\text{A.2})$$

donde $\Gamma^\mu_{\nu\lambda}$ se denomina conexión afín y sus componentes se definen a partir de la métrica $g_{\mu\nu}$ y sus derivadas, según la siguiente ecuación:

$$\Gamma^\mu_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\nu g_{\kappa\lambda} + \partial_\lambda g_{\kappa\nu} - \partial_\kappa g_{\nu\lambda}) \quad (\text{A.3})$$

A partir de lo anterior, puede notarse que el tensor energía-momento involucra derivadas segundas. Consecuentemente, éstas son ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden para $g_{\mu\nu}$ y, por lo tanto, no es posible resolverlas para una métrica general. Para poder resolver las Ecuaciones de campo de Einstein (A.1) en el contexto cosmológico, es necesario realizar suposiciones acerca del tensor métrico y del contenido de materia del Universo. Si se asume el Principio Cosmológico, se demuestra que la métrica más general que lo satisface es la de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)¹ (Weinberg, 1972):

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right] \quad (\text{A.4})$$

donde $a(t)$ es el factor de escala (también llamado factor de expansión de Hubble) y determina la cinemática del universo y K es la constante de curvatura espacial, que

¹escrita en coordenadas esféricas y tomando la convención de la velocidad de la luz $c = 1$

se refiere a las propiedades de las hipersuperficies del universo². K es 1 si el universo es cerrado; 0 si es plano; y -1 si es abierto y está dada por el escalar de curvatura ($R = g^{ij}R_{ij}$):

$$R = \frac{6K}{a^2(t)} \quad (\text{A.5})$$

Es importante notar que esta métrica está determinada completamente por las cantidades $a(t)$ y K .

A.2. Dinámica de los Universos de Friedmann - Lemaitre - Robertson - Walker

Al introducir la métrica de FLRW en las Ecuaciones de campo de Einstein, se obtienen ecuaciones para $a(t)$ y K . Para poder resolverlas, es necesario definir el tensor energía momento $T_{\mu\nu}$. La forma más general que puede tomar este tensor de manera que sea compatible con las hipótesis de homogeneidad e isotropía es la de un fluido perfecto:

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu} \quad (\text{A.6})$$

donde u^μ es la cuadrivelocidad del fluido y ρ y p su densidad de energía y presión, respectivamente. De esta manera, las ecuaciones de campo (A.1) se reducen a dos ecuaciones independientes conocidas como ecuaciones cosmológicas de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (\text{A.8})$$

donde \dot{a} y \ddot{a} son la primera y segunda derivada temporal de a , respectivamente. En la primera de las expresiones anteriores, se puede utilizar que $\frac{\dot{a}}{a} = H$, siendo H el parámetro de Hubble. Además, se pueden simplificar estas expresiones realizando las siguientes sustituciones:

$$\begin{aligned} \rho &\rightarrow \rho - \frac{\Lambda}{8\pi G} \\ p &\rightarrow p + \frac{\Lambda}{8\pi G} \end{aligned}$$

De esta manera, las ecuaciones de Friedmann pueden escribirse como:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (\text{A.10})$$

Es importante notar en la ecuación (A.10) que, si $(\rho + 3p)$ es positivo, entonces $\frac{\ddot{a}}{a}$ es negativo. Si se tiene en cuenta también que actualmente a es positivo y $\frac{\dot{a}}{a} > 0$, entonces la curva

²superficies tomadas a un tiempo determinado, $t = \text{constante}$.

$a(t)$ en función del tiempo debe tener concavidad negativa y debe anularse para algún t_i en el pasado. Se puede tomar $t_i = 0$ y definir el tiempo actual t_0 como el transcurrido desde t_i y denominarlo edad del universo. Si tomamos $\ddot{a}(t)$ nulo para $0 < t < t_0$, entonces $a(t)$ depende linealmente del tiempo de la forma $a(t) = a(t_0) \frac{t}{t_0}$ y podemos definir la edad del universo como el tiempo de Hubble $H_0^{-1} = \frac{a(t_0)}{\dot{a}(t_0)}$. Si, en cambio, suponemos que \ddot{a} es negativa para $0 < t < t_0$, entonces la edad del universo es menor que el tiempo de Hubble, $t_0 < H_0^{-1}$.

En este contexto, puede escribirse la ecuación de conservación de la energía como $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$, ésta se encuentra implícita en las ecuaciones de campo. Derivando la ecuación (A.9) y combinándola con (A.10), se obtiene la ecuación de conservación de la energía de la forma:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0 \quad (\text{A.11})$$

que también puede ser escrita como:

$$\frac{d}{da}(\rho a^3) = -3pa^2 \quad (\text{A.12})$$

En la expresión anterior, se observa que, mientras la presión no sea negativa, cuando a crece, la densidad decrece como a^3 .

Si se toma la ecuación (A.9) reescrita como

$$\dot{a}^2 + K = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 \quad (\text{A.13})$$

y, si se tiene en cuenta el párrafo anterior, entonces, vemos que el término de la derecha decrece como a^{-1} . Además, si $K=-1$ entonces $\dot{a}^2(t)$ será positiva siempre y $a(t)$ crece indefinidamente con el tiempo $a(t) \rightarrow t$ cuando $t \rightarrow \infty$. Si $K=0$, $\dot{a}^2(t)$ también crece indefinidamente pero de manera más lenta que t . Para $K=1$, en cambio, $\dot{a}^2(t)$ crecerá hasta que $\rho a^2 = \frac{3}{8\pi G}$, en este valor \dot{a}^2 será 0 y $a(t)$ comenzará a decrecer hasta $a(t) = 0$ en algún tiempo finito en el futuro.

Además de las ecuaciones utilizadas hasta acá, es necesario definir una ecuación de estado que relacione la presión y la densidad del fluido del modo $p = p(\rho)$. Ésta se puede introducir en la ecuación (A.11) y así obtener $\rho = \rho(a)$. En Cosmología, generalmente, se utilizan fluidos barotrópicos, es decir, aquellos en los que su presión es proporcional a la densidad. Entonces

$$p = \omega\rho \quad (\text{A.14})$$

donde ω es una constante independiente del tiempo con el que se caracteriza la ecuación de estado. A las partículas relativistas, radiación, se les asigna $\omega = \frac{1}{3}$; para las no relativistas como la materia, estrellas y galaxias, la presión es nula, entonces $\omega = 0$ y para la constante cosmológica Λ la presión es negativa entonces, $\omega = -1$. Utilizando la ecuación de conservación (A.12) se encuentra que

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (\text{A.15})$$

Si se piensa que el universo está constituido por N fluidos de diferentes especies, con ecuaciones de estado ω_i , el resultado anterior es válido para cada especie por separado,

mientras éstas no interactúen. Si se denota por $\rho_{i,0}$ a la densidad actual de cada especie, entonces, la densidad total de energía del universo correspondiente a la época $a(t)$ es:

$$\rho = \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a(t)^{-3(1+\omega_i)}} \quad (\text{A.16})$$

donde se fija $a(t_0) = 1$, por simplicidad. Entonces, la ecuación de Friedmann (A.7) puede escribirse como:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{i,0}}{a^{-3(1+\omega_i)}} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (\text{A.17})$$

Evaluando esta ecuación en el presente y usando el parámetro de Hubble³, se obtiene:

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \rho_{i,0} + \frac{\Lambda}{3} - K \quad (\text{A.18})$$

Para poder estudiar la curvatura del universo, se puede reescribir la ecuación anterior de la forma:

$$K = H_0^2 \left(\frac{8\pi G}{3H_0^2} \sum_{i=1}^N \rho_{i,0} + \frac{\Lambda}{3H_0^2} - 1 \right) \quad (\text{A.19})$$

donde se observa que está determinada por el contenido de materia-energía del universo y el valor de la constante cosmológica. En ausencia de dicha constante, el universo será plano, $K = 0$, cuando la densidad de energía $\sum_{i=1}^N \rho_{i,0}$ sea igual a una densidad crítica ρ_c dada por:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad (\text{A.20})$$

En términos de la densidad crítica, es posible definir el parámetro de densidad correspondiente a cada especie del universo:

$$\Omega_{i,0} = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{i,0} \quad (\text{A.21})$$

Si se define además:

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad (\text{A.22})$$

$$\Omega_K = \frac{K}{H_0^2} \quad (\text{A.23})$$

Se puede escribir la ecuación (A.19) de una forma más compacta:

$$\sum_{i=1}^N \Omega_{i,0} + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (\text{A.24})$$

³El parámetro de Hubble generalmente se escribe en unidades de $100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Así, la ecuación de evolución del factor de escala puede escribirse como:

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \left[\sum_{i=1}^N \Omega_{i,0} (a^{-(1+3\omega_i)} - 1) + \Omega_\Lambda (a^2 - 1) + 1 \right] \quad (\text{A.25})$$

De esta manera, conociendo el contenido de energía del universo es posible obtener su evolución temporal. Es útil escribir la ecuación (A.25) en términos del corrimiento al rojo, definiendo $z = 0$ en $t = t_0$ de forma que $a = \frac{a(t_0)}{1+z}$. Entonces:

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\gamma (1+z)^4 + \Omega_K (1+z)^2 + \Omega_\Lambda] \equiv H_0^2 E^2(z) \quad (\text{A.26})$$

También se pueden redefinir los parámetros cosmológicos en función de z :

$$\Omega_m(z) = \Omega_m \frac{(1+z)^3}{E^2(z)} \quad (\text{A.27})$$

$$\Omega_\gamma(z) = \Omega_\gamma \frac{(1+z)^4}{E^2(z)} \quad (\text{A.28})$$

$$\Omega_K(z) = \Omega_K \frac{(1+z)^2}{E^2(z)} \quad (\text{A.29})$$

$$\Omega_\Lambda(z) = \Omega_\Lambda \frac{1}{E^2(z)} \quad (\text{A.30})$$

Se puede obtener una solución para $a(t)$ integrando las ecuaciones de Friedmann y teniendo en cuenta que $\frac{\dot{a}}{a} = da/dt/a = H(a)$, de manera que $dt = da/a/H(a)$.

$$\int_0^t dt = \int_0^a \frac{da'}{a' H(a')} \quad (\text{A.31})$$

Si, además, se utiliza la ecuación (A.26) se obtiene

$$H_0 t = \int_0^a \frac{da'}{a' [\Omega_m a'^{-3} + \Omega_\gamma a'^{-4} + \Omega_K a'^{-2} + \Omega_\Lambda]^{1/2}} \quad (\text{A.32})$$

Teniendo en cuenta las mediciones realizadas hasta el momento, el Universo parece ser aproximadamente plano, es decir, con una constante de curvatura $K \sim 0$ y, además de la componente de materia ordinaria (bariónica), estaría formado por materia oscura y energía oscura. Por ejemplo, según los resultados del satélite Planck (Planck Collaboration XVI, 2014), el contenido de materia-energía del Universo está balanceado según los parámetros $\Omega_{mb} = 0,0487 \pm 0,0006$ (materia bariónica), $\Omega_{mo} = 0,265 \pm 0,006$ (materia oscura), $\Omega_\Lambda = 0,692 \pm 0,010$ (energía oscura) y $\Omega_K = 0,0005 \pm 0,006$ (curvatura).

A.3. Formación de estructuras por inestabilidad gravitacional

En la sección anterior, se describieron las ecuaciones que gobiernan la expansión de un universo homogéneo e isótropo, que es el modelo cosmológico más aceptado actualmente. Pero si el universo fuera estrictamente homogéneo e isótropo debería presentar también una distribución homogénea de galaxias. Sin embargo, las observaciones muestran estructuras tales como cúmulos, filamentos y zonas vacías. Es decir que, en escalas pequeñas, el universo presenta una distribución que no es uniforme. En escalas grandes, en cambio, sí se cumple el Principio Cosmológico y estas inhomogeneidades pueden ser despreciadas. Las estructuras observadas se explican como generadas a partir de fluctuaciones primordiales en la densidad de materia del universo. Éstas habrían evolucionado y habrían sido amplificadas a causa de la inestabilidad gravitacional. Dichas inhomogeneidades, además, revelan características importantes sobre las condiciones iniciales del Universo y, estudiando su evolución temporal, se puede entender cómo el universo se alejó de su estado inicial cuasi-homogéneo.

La teoría de la formación de estructuras por inestabilidad gravitacional se basa en la idea de que la distribución de materia primigenia era cuasi homogénea pero con fluctuaciones de densidad y que, por acción de la gravedad, se generaron regiones con una mayor concentración ya que acretaron gravitacionalmente más materia.

A.3.1. Régimen lineal

Teniendo en cuenta las ecuaciones que gobiernan la expansión del Universo y sus propiedades, en el régimen lineal, consideraremos pequeños apartamientos de la homogeneidad e isotropía que son los que, eventualmente crecieron y formaron las galaxias y demás estructuras que se observan actualmente en el Universo. Dicho régimen lineal se puede estudiar tomando la métrica de la ecuación A.4 y, mediante el tratamiento perturbativo, obtener ecuaciones de campo similares a las de la gravedad newtoniana (Bardeen, 1980). Un Universo FLRW puede describirse en este régimen mediante un elemento de línea de la forma:

$$ds^2 = ds_{FLRW}^2 + h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (\text{A.33})$$

donde ds_{FLRW}^2 es el elemento de línea de un Universo FLRW, las perturbaciones a esta métrica se asumen pequeñas, tal que $h_{\alpha\beta} h^{\alpha\beta} \ll 1$ y su escala de longitud es siempre más pequeña que la del horizonte de eventos (del orden de la longitud de Hubble $cH_0^{-1} \approx 3000h^{-1} \text{Mpc}$)

Cuando se piensa en la formación de estructuras por inestabilidad gravitacional, se supone que hay fluctuaciones iniciales en el campo de densidad de materia del Universo que evolucionarán bajo el efecto de la gravedad. Los modelos asociados a la teoría de la inflación⁴ logran explicar el surgimiento de dichas fluctuaciones, las cuales fueron amplificadas por el proceso inflacionario, y generaron el campo de densidad necesario para los momentos iniciales de la formación de estructuras. Luego, la gravitación hizo que, en las regiones donde había una mayor concentración de materia, se acretara cada vez más

⁴No profundizaremos sobre los modelos inflacionarios pero puede leerse sobre éstos, por ejemplo, en los trabajos de Allahverdi *et al.* (2010), Baumann y McAllister (2009) y Weinberg (2008).

materia de sus alrededores. Consecuentemente, los alrededores fueron perdiendo materia, y provocaron así una fluctuación negativa de densidad. A continuación, intentaremos describir con más rigurosidad este proceso.

Si el camino libre medio de una partícula es pequeño, la materia puede ser tratada como un fluido perfecto y las ecuaciones newtonianas que gobiernan el movimiento de partículas no colisionales en un Universo en expansión son las ecuaciones hidrodinámicas. Estas ecuaciones pueden escribirse en términos de $\vec{x} = \vec{r}/a(t)$ (la coordenada espacial comóvil), $\vec{v} = \dot{\vec{r}} - H\vec{r} = a(t)\dot{\vec{x}}$ (el campo de velocidades peculiares), $\phi(\vec{x}, t)$ (el potencial gravitacional newtoniano) y $\rho(\vec{x}, t)$ (la densidad de materia). La ecuación de continuidad o de conservación de la masa, puede expresarse como

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (\text{A.34})$$

la ecuación de movimiento o de Euler, que es la segunda ley de Newton aplicada a un fluido, como

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi \quad (\text{A.35})$$

y, finalmente, la ecuación de Poisson para el campo gravitacional está dada por la expresión

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad (\text{A.36})$$

Las ecuaciones A.34, A.35 y A.36 representan un sistema lineal de ecuaciones de segundo grado y las fluctuaciones iniciales pequeñas perturbaciones en un fondo homogéneo, por lo tanto, para resolverlas, podemos escribir las cantidades físicas como $\rho \rightarrow \rho_0 + \delta\rho$, $\vec{v} \rightarrow \vec{v}_0 + \delta\vec{v}$, etc. Para este tratamiento, sólo nos interesan las fluctuaciones lineales (es decir, cuando las cantidades δ sean suficientemente pequeñas), entonces, podremos despreciar los términos cuadráticos de estas variables. Luego, realizando la expansión en series de Taylor en estas cantidades y manteniendo sólo los términos de primer orden, obtendremos un conjunto de ecuaciones para ρ_0 , \vec{v}_0 , etc. y otro para el sistema de las cantidades perturbadas $\delta\rho$, $\delta\vec{v}_0$, etc. Para estas últimas, podemos expresar el sistema de ecuaciones de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + 3H\delta\rho + H\vec{x} \cdot \nabla \delta\rho + \rho_0 \nabla \cdot \delta\vec{v} = 0 \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial \delta\vec{v}}{\partial t} + H\delta\vec{v} + H\vec{x} \cdot \nabla \delta\vec{v} = -\frac{v_s^2}{\rho_0} \nabla \delta\rho - \nabla \delta\phi \quad (\text{A.38})$$

$$\nabla^2 \delta\phi = 4\pi G \delta\rho \quad (\text{A.39})$$

donde hemos introducido la expansión del Universo, $\vec{v} = \vec{x}H$, y, además, hemos utilizado la relación termodinámica de la conservación de la entropía

$$\delta p = \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_p \delta s + \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_p \delta \rho = v_s^2 \delta \rho \quad (\text{A.40})$$

El sistema de ecuaciones para las cantidades perturbadas que hemos obtenido es lineal y puede ser resuelto analíticamente. Para esto, puede suponerse que la solución es de la

forma $\delta\rho = \rho_1(t)\exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}/a)$, $\delta\vec{v} = \vec{v}_1(t)\exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}/a)$, etc. Es decir, podemos escribir todas las cantidades como una superposición de ondas. Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones A.34, A.35 y A.36, obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\frac{d\rho_1}{dt} + 3H\rho_1 + i\frac{\rho_0}{a}\vec{k} \cdot \vec{v}_1 = 0 \quad (\text{A.41})$$

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} + H\vec{v}_1 + i\frac{\rho_1}{a}\left(\frac{v_s^2}{\rho_0} - 4\pi G\frac{a^2}{k^2}\right)\vec{k} = 0 \quad (\text{A.42})$$

$$\phi_1 + 4\pi G\frac{a^2}{k^2}\rho_1 = 0 \quad (\text{A.43})$$

Para poder resolver este sistema, es conveniente rotar el sistema de coordenadas, de tal forma que la propagación de la fluctuación sea en la dirección de uno de sus ejes. Para hacer esto, descomponemos el vector $\vec{v}_1 = \lambda\vec{k} + \vec{v}_2$, donde \vec{v}_2 es un vector perpendicular al vector de propagación de onda. Por lo tanto $\vec{k} \cdot \vec{v}_2 = 0$.

En función de \vec{v}_2 , las ecuaciones A.41, A.42 y A.43 pueden expresarse como

$$\frac{d\rho_1}{dt} + 3H\rho_1 + i\frac{\rho_0}{a}k^2\lambda = 0 \quad (\text{A.44})$$

$$\frac{d\lambda}{dt} + H\lambda + \frac{i}{a}\left(\frac{v_s^2}{\rho_0} - 4\pi G\frac{a^2}{k^2}\right)\rho_1 = 0 \quad (\text{A.45})$$

y se obtiene además una ecuación de velocidad para \vec{v}_2 dada por

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} + H\vec{v}_2 = 0 \quad (\text{A.46})$$

cuya solución es $\vec{v}_2 = V/a$. Como consecuencia de esta solución, los modos perpendiculares al vector de onda se eliminan con la expansión del universo al crecer a . Haciendo uso de que $\rho_0 \sim 1/a^3$ y combinando esto con las ecuaciones A.44 y A.45, para el contraste de densidad definido como $\delta = \rho_1/\rho_0$, se obtiene la siguiente ecuación diferencial de segundo orden para el contraste de densidad:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2H\frac{d\delta}{dt} + \left(v_s^2\frac{k^2}{a^2} - 4\pi G\rho_0\right)\delta = 0 \quad (\text{A.47})$$

La ecuación anterior es lineal en δ y es de gran utilidad para entender la evolución de las fluctuaciones primordiales. La solución más general de ésta puede expresarse como combinación de dos modos:

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x})D_+(t) + \delta(\vec{x})D_-(t) \quad (\text{A.48})$$

donde D_+ y D_- representan los modos crecientes y decrecientes de la perturbación. Como estamos interesados en el crecimiento de las perturbaciones, nos concentramos en el modo creciente y, por lo tanto, la evolución de las perturbaciones en el régimen lineal puede expresarse como

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x}, t = 0) \frac{D(t)}{D(t = 0)} \quad (\text{A.49})$$

cuya solución general para $D(t)$ es

$$D(a) = \frac{5}{2} a \Omega_m \int_0^a \frac{da'}{(a' H(a'))^3} \quad (\text{A.50})$$

si se toma dicha solución, y, por ejemplo, se considera un universo plano dominado por materia, la solución de las ecuaciones de Ecuaciones de Friedmann es $a \sim t^{2/3}$, $\rho \sim t^{-2}$, $v_s^2 = 0$ y, por tanto, $H = 2t/3$. A partir de esto, la ecuación A.41 se transforma en

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{4}{3} \frac{1}{t} \frac{d\delta}{dt} - \frac{2}{3} \frac{1}{t^2} \delta = 0 \quad (\text{A.51})$$

Como ya se mencionó, la solución de esta ecuación como ley de potencias linealmente independientes $\delta(\vec{x}, t)$ admite dos soluciones, una dada por un modo creciente $D_+(t) \propto a(t)$, que crece proporcionalmente con la expansión del Universo, y el otro decreciente $D_-(t) \propto t^{-1}$, que desaparece conforme avanza el tiempo. Si se imponen condiciones iniciales de tal modo que las fluctuaciones evolucionen a partir del reposo, esto es, con $\delta = \delta_1$ y $\dot{\delta} = 0$ en $t = t_1$, la forma final de δ es una superposición de los modos creciente y decreciente:

$$D(t) = \frac{3}{5} \delta_1 \left(\frac{t}{t_1} \right)^{2/3} + \frac{2}{5} \delta_1 \left(\frac{t}{t_1} \right)^{-1} \quad (\text{A.52})$$

De manera análoga, puede estudiarse un Universo dominado por radiación. En este caso, $p = 1/3\rho$, $a \sim t^{1/2}$, $\rho \sim t^{-2}$ y $v_s^2 = 1/3$, entonces la ecuación para el contraste de densidad A.51 se transforma en

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} + \frac{1}{t} \frac{d\delta}{dt} + \left(\frac{A}{t} k^2 - \frac{3}{8} \frac{1}{t^2} \right) \delta = 0 \quad (\text{A.53})$$

donde A es una constante. En las soluciones de esta ecuación, sólo se encuentran las oscilaciones decrecientes, es decir, las fluctuaciones no se forman, oscilan y luego desaparecen. Esto se corresponde con lo que se espera en un campo de radiación, donde cualquier concentración de materia es dispersado por los choques entre la radiación y las partículas.

Estos resultados indican que si las fluctuaciones crecen para formar las estructuras cosmológicas observadas, sólo pueden hacerlo en una época dominada por materia. Durante la época en la cual domina la radiación no hay posibilidades de que se formen y crezcan fluctuaciones. Sin embargo, mediante un análisis relativista se puede demostrar que existe un tipo de perturbaciones que pueden crecer durante la era dominada por radiación. Dichas fluctuaciones son aquellas que tienen un tamaño inicial más grande que las regiones que se encuentran en contacto causal.

A.3.2. Régimen no lineal

En la sección anterior, se describió la evolución lineal de las perturbaciones de densidad. Sin embargo, cuando el contraste de densidad de la perturbación se hace lo suficientemente grande ($\delta \gg 1$), ese enfoque deja de ser válido e ingresa en el régimen no lineal. En esta sección, se verá cómo describir la evolución de las fluctuaciones en esta etapa.

Aproximación de Zel'dovich

Zel'dovich (1970) desarrolló un método cinemático para estudiar la formación de estructuras denominado “teoría Lagrangiana” de perturbaciones a primer orden o, por la simple y elegante descripción realizada por este autor, simplemente aproximación de Zel'dovich. Ésta demostró ser lo suficientemente precisa para describir la evolución de las perturbaciones durante la parte lineal y los primeros momentos de la parte no lineal. Éste propuso representar un elemento de fluido mediante una partícula, calcular su desplazamiento inicial y, luego, extrapolar el movimiento en la dirección inicial.

Según este modelo, se puede escribir la posición $\vec{r}(t)$ de una partícula de la siguiente manera:

$$\vec{r}(t) = a(t)\vec{q} - b(t)\vec{f}(\vec{q}) \quad (\text{A.54})$$

donde $a(t)$ es el factor de expansión del Universo, \vec{q} es la coordenada comóvil inicial de la partícula y $b(t)$ es una función que escala el campo de velocidades $\vec{f}(\vec{q})$ inicial de la partícula. Entonces, $a(t)\vec{q}$ representa la expansión general de Hubble y $b(t)$ es una función del tiempo que modela la evolución temporal del campo de desplazamiento $\vec{f}(\vec{q})$ y que se anula para $t \rightarrow 0$, de modo que el segundo término se puede entender como una perturbación a la distribución homogénea de partículas. Todo esto, bajo la hipótesis de que $\vec{f}(\vec{q})$ es un campo irrotacional, que es una suposición razonable, dado que cualquier rotación en el campo de velocidad inicial será borroneada por la expansión antes de que las órbitas de las partículas comiencen a cruzarse: este campo de velocidades puede ser escrito como el gradiente de potencial, $\vec{f}(\vec{q}) = -\nabla\phi(\vec{q})$. Las coordenadas \vec{r} y \vec{q} se denominan posiciones Euleriana y Lagrangiana, respectivamente.

Por otro lado, utilizando la conservación de la masa, se puede escribir:

$$\rho(\vec{r}, t)d\vec{r} = \bar{\rho}(t)d\vec{q} \quad (\text{A.55})$$

Además, esta ecuación puede reescribirse como:

$$\rho(\vec{r}, t) = \bar{\rho}(t)J \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{q}} \right]^{-1} \quad (\text{A.56})$$

donde $J[\partial \vec{r}/\partial \vec{q}]$ es el determinante del jacobiano del tensor de deformación. Consecuentemente, la expresión para la distribución de densidad es:

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\bar{\rho}(t)}{\left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\alpha\right) \left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\beta\right) \left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\gamma\right)} \quad (\text{A.57})$$

donde $\alpha \geq \beta \geq \gamma$ son los autovalores del tensor de deformación. En esta ecuación, se expresan dos características de la aproximación de Zel'dovich: Primero, la densidad se vuelve infinita cuando $b(t)\alpha = 1$, $b(t)\beta = 1$ o $b(t)\gamma = 1$. Segundo, en general, todos los autovalores serán diferentes y, por lo tanto, el colapso será anisotrópico, el colapso comenzará primero a lo largo del eje definido por el autovalor más grande. Dichos autovalores pueden ser positivos o negativos. Si sólo uno de ellos es positivo, por ejemplo α , mientras que los otros dos (β y γ) son negativos, el colapso será principalmente en la dirección correspondiente al autovalor α hasta alcanzar el punto donde se cumpla $b(t)\alpha = 1$. De este modo, la evolución gravitatoria de la perturbación acentúa la asfericidad, formando estructuras aplanadas conocidas como *panqueques de Zel'dovich*.

En el caso de que dos autovalores sean positivos y uno solo negativo, la evolución dará lugar a una estructura conocida con el nombre de *filamento*, el cual típicamente se forma en la intersección de dos *panqueques*. Finalmente, si todos los autovalores son positivos, se formarán estructuras de dimensión nula, las cuales se encontrarán, localizadas en la intersección de dos *filamentos*.

El modelo de Zel'dovich es extremadamente preciso en predecir el campo de densidad hasta la formación de panqueques y demás estructuras, pero su efectividad se anula cuando se produce el cruce de trayectorias de las partículas, conocido como el momento de *shell-crossing*. Es decir, esta aproximación describe el colapso no lineal inicial de las perturbaciones pero, si se quieren conectar las perturbaciones iniciales con las estructuras no lineales que observamos hoy, se debe recurrir al modelo del colapso esférico.

Modelo del colapso esférico

El modelo del colapso esférico fue estudiado por primera vez por Gunn y Gott (1972). Este es un modelo sencillo que parte de la hipótesis de que los objetos no lineales se formaron de un colapso esférico con simetría esférica. Es una aproximación simple y útil que describe el crecimiento, el punto en el que se separan de la expansión general, el colapso y la virialización de las perturbaciones.

Para explicar la formación de objetos no lineales, es decir, aquellos en los que el campo de densidad no se puede aproximar mediante el régimen lineal, estos autores utilizaron una perturbación inicial del tipo escalón en el campo de densidad. En este marco, se toma una región comóvil de tamaño R_0 que tiene un contraste de densidad inicial, δ_i . Esto significa que la masa dentro de R_0 es $M_0 = (4\pi R_0^3/3)\bar{\rho}(1 + \delta_i) \simeq (4\pi R_0^3/3)\bar{\rho}$, donde $\bar{\rho}$ denota la densidad comóvil de fondo. Como el universo evoluciona, el tamaño de la región cambia. Si se denota con R al tamaño comóvil a algún tiempo posterior al inicial, la densidad dentro de esa región es $(R_0/R)^3 \equiv (1 + \delta)$. Esto establece una relación determinista entre la región comóvil, R_0 , la densidad de un objeto, δ , y el radio Euleriano, R , a algún tiempo subsiguiente. Como el radio de una región sobredensa se comporta de la misma manera que el factor de expansión para un universo cerrado, se puede modelar el crecimiento de una perturbación esféricamente simétrica a través de las ecuaciones de la cosmología clásica.

En primer lugar, se puede aplicar la ecuación de Friedmann (A.7), que determinará la evolución del tamaño de la perturbación durante los estadios de evolución lineal. Además, se puede reparametrizar en función de la variable η , definida como $d\eta = c \frac{dt}{R(t)}$. Asumiendo que $\rho(t) = \rho_0(\frac{R_0^3}{R^3})$ y realizando la sustitución $\rho \rightarrow \rho + \frac{\Lambda}{8\pi G}$ se encuentra que:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dR}{d\eta}\right)^2 &= \frac{8\pi G}{3}\rho R^4 - kR^2 \\ &= \frac{8\pi G\rho_0 R_0^3}{3}R - kR^2 \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

Si se define la constante de escala como

$$R_* \equiv \frac{4\pi G\rho_0 R_0^3}{3} \equiv GM \quad (\text{A.59})$$

donde M es la masa inicial encerrada dentro de la esfera sobredensa, podemos reescribir

la ecuación (A.58) como:

$$\left[\frac{d}{d\eta} \left(\frac{R}{R_*} \right) \right]^2 = 2 \left(\frac{R}{R_*} \right) - k \left(\frac{R}{R_*} \right)^2 \quad (\text{A.60})$$

Para una región sobredensa, $k = 1$, entonces la solución de la ecuación (A.60) es

$$\frac{R}{R_*} = 1 - \cos \eta \quad (\text{A.61})$$

También con η se puede encontrar el tiempo en el que la región alcanza un radio $R(\eta)$:

$$t(\eta) = \int_0^\eta R(\eta') d\eta' \quad (\text{A.62})$$

Luego, la evolución de una sobredensidad esférica puede ser descripta mediante las siguientes ecuaciones:

$$R(\eta) = R_*(1 - \cos \eta) \quad (\text{A.63})$$

$$t(\eta) = R_*(\eta - \sin \eta) \quad (\text{A.64})$$

Para estudiar los primeros momentos de la sobredensidad se toma $\eta \ll 1$, entonces, se pueden desarrollar la ecuaciones (A.63) y (A.64) en serie de potencias de η alrededor de $\eta = 0$:

$$R(\eta) \simeq R_* \left(\frac{1}{2} \eta^2 - \frac{1}{24} \eta^4 + \dots \right) \quad (\text{A.65})$$

$$t(\eta) \simeq R_* \left(\frac{1}{6} \eta^3 - \frac{1}{120} \eta^5 + \dots \right) \quad (\text{A.66})$$

Desechando los términos más altos que η^5 y combinando las dos ecuaciones anteriores, se encuentra que:

$$R(t) \simeq \frac{R_*}{2} \left(\frac{6t}{R_*} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{1}{20} \left(\frac{6t}{R_*} \right)^{2/3} \right] \quad (\text{A.67})$$

Si se toma el límite cuando $t \rightarrow 0$, entonces, el término dominante es:

$$R(t \rightarrow 0) = \frac{R_*}{2} \left(\frac{6t}{R_*} \right)^{2/3} = \left(\frac{9GMt^2}{2} \right)^{1/3} \quad (\text{A.68})$$

Siendo la densidad de los primeros estadíos:

$$\rho(t \rightarrow 0) = \frac{3M}{4\pi R^3(t \rightarrow 0)} = \frac{1}{6\pi G t^2} = \rho_0(t) \quad (\text{A.69})$$

De esta manera, se obtiene el mismo resultado que para la evolución de la densidad crítica en un universo con un modelo Einstein-de Sitter. La densidad dentro de una esfera es $\rho \propto \frac{1}{R^3}$. Por lo tanto, la sobredensidad fraccional a primer orden es:

$$\frac{\delta \rho}{\rho} = -3 \frac{\delta R}{R} = \frac{3}{20} \left(\frac{6t}{R_*} \right)^{2/3} \quad (\text{A.70})$$

Teniendo en cuenta que en un universo Einstein-de Sitter $a(t) \propto t^{2/3}$, se obtiene que $\delta \propto a$. Esto es coherente con la evolución lineal.

La perturbación se expande con el universo hasta que la densidad en el interior es tal que comienza a colapsar. Posteriormente a la evolución lineal, la esfera se desprenderá de la expansión del fondo cosmológico. A esto se lo denomina “punto de retorno” (o, en inglés, *turn around*). En las ecuaciones (A.63) y (A.64), se observa que el radio alcanza un máximo para $\eta = \pi$ donde $R_{max} = 2R_*$ en el tiempo $t_{max} = \pi R_*$. Para calcular la densidad de esta esfera respecto de la del fondo cosmológico, se utilizan las ecuaciones (A.68) y (A.69) y se obtiene:

$$1 + \delta_{max} = \frac{\rho_{max}}{\rho_0(t_{max})} = \frac{(R_*/2)^3 (6t_{max}/R_*)^2}{R_{max}^3} = \frac{9\pi^2}{16} \simeq 5,55 \quad (\text{A.71})$$

Si se utiliza la ecuación (A.70), se puede calcular el contraste de densidad en este tiempo según la teoría lineal, y así se obtiene que $\delta_{lin} = \frac{3}{20}(6\pi)^{2/3} \simeq 1,08$. Se puede notar que el contraste de densidad lineal es menor que el obtenido mediante el colapso esférico, $\delta_{lin} < \delta_{max}$.

Luego de alcanzar el punto de retorno, la esfera comienza a colapsar hasta formar un objeto autogravitante, que es lo que se denomina halo. Si sólo actuara la gravedad, este halo colapsaría a una densidad infinita para $\eta = 2\pi$ y $t_{col} = 2\pi R_*$, pero esto no ocurre porque hay pequeñas irregularidades que hacen que la energía cinética de colapso se convierta en movimientos aleatorios. La perturbación alcanzará un estado de equilibrio ligado. Teniendo en cuenta el teorema del virial, en estado de equilibrio, la perturbación tendrá una energía cinética total K relacionada con la energía potencial V , dado por:

$$V = -2K \quad (\text{A.72})$$

Si se asume que la energía se conserva desde el punto de retorno hasta lograr el equilibrio, la ecuación (A.72) implica que el radio de virialización o radio virial R_{vir} está dado por:

$$R_{vir} = \frac{1}{2}R_{max} = R_* \quad (\text{A.73})$$

Utilizando las ecuaciones (A.63) y (A.64), se puede ver que la perturbación alcanza R_{vir} para $\eta = \frac{3\pi}{2}$ en el tiempo $t_{vir} = R_*(3\pi/2 + 1)$ (Se asume que el proceso de virialización es alcanzado después de t_{col}). Si se calcula el contraste de densidad no lineal para este tiempo, se obtiene:

$$1 + \delta_{vir} = \frac{(R_*/2)^3 (6t_{col}/R_*)^2}{R_{vir}^3} = \frac{(6\pi)^2}{2} \simeq 178. \quad (\text{A.74})$$

Si, en cambio, se calcula el contraste de densidad para la teoría lineal en t_{col} , el resultado es $\delta_{lin}(t_{col}) \simeq 1,69$. Como en el t_{max} , el contraste de densidad obtenido con la teoría lineal es menor que el del modelo del colapso esférico, $\delta_{lin}(t_{col}) < \delta_{vir}$.

Con los resultados estudiados, se puede afirmar que es la teoría lineal es útil para predecir en qué regiones se formarán los halos y el modelo del colapso esférico para realizar predicciones razonables de cuán densos serán estos halos.

Así como se utilizó el modelo de Einstein - de Sitter para obtener las propiedades del colapso esférico, la discusión es similar si se toman cosmologías con $\Omega_m \leq 1$ y/o $\Omega_m \geq 0$, pero los valores de δ_{vir} dependerán del modelo cosmológico adoptado.⁵

⁵Esto puede verse, por ejemplo, en los estudios realizados por Eke *et al.* (1996), Nakamura y Suto

(1997), Bryan y Norman (1998) y Henry (2000).

Apéndice B

Estadística del campo de densidad

B.1. Función de correlación bipuntual

Desde los trabajos de Hubble y Shapley, se han ido desarrollando diferentes tipos de estadísticos y estimadores para cuantificar de la mejor manera posible el aglomerado de las galaxias en estructuras. Actualmente, se dispone de grandes catálogos de galaxias en los cuales se listan posiciones de objetos como galaxias, grupos y cúmulos de galaxias, entre otros. A partir de éstos, si se ignoran las diferencias entre los objetos y se utilizan sólo las posiciones, se puede pensar la distribución de materia como una distribución de objetos puntuales y puede describirse mediante estadísticos robustos como la función de correlación bipuntual (Peebles, 1980).

Consideremos una densidad homogénea de objetos η . La probabilidad de encontrar un objeto en un elemento de volumen dV es: $dP = \eta dV$. En cambio, si queremos definir la probabilidad conjunta dP de que dos objetos se encuentren en dos elementos de volumen dV_1 y dV_2 , separados por una distancia r , si la densidad es homogénea, podemos hacerlo mediante el producto de las probabilidades independientes, obteniendo: $dP = \eta^2 dV_1 dV_2$. En el caso de que esta distribución no sea homogénea, por ejemplo, cuando actúa la gravedad entre las partículas, podemos expresar esta probabilidad como:

$$dP = \eta^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(r)] \quad (\text{B.1})$$

donde η es el número medio de elementos por unidad de volumen (entonces η^2 es el factor que hace que dP sea adimensional) y $\xi(r)$ es el exceso de probabilidad respecto de una distribución homogénea. A esto último, se le denomina “función de correlación bipuntual”.

También se puede pensar la distribución de densidad como una función continua $\rho(r)$ tal que el promedio por unidad de volumen sea $\langle \rho(r) \rangle = \eta$ y que

$$dP = \langle \rho(x+r) \rho(x) \rangle = \eta^2 dV_1 dV_2 [1 + \xi(r)]. \quad (\text{B.2})$$

Así, la función de correlación bipuntual puede escribirse como:

$$\xi(r) = \frac{\langle [\rho(x+r) - \langle \rho(x) \rangle] [\rho(x) - \langle \rho(x) \rangle] \rangle}{\langle \rho(x) \rangle^2} \quad (\text{B.3})$$

Si los objetos no están correlacionados, entonces, $\xi(r) = 0$ (por ejemplo, en un proceso de Poisson aleatorio uniforme), si están correlacionados $\xi(r) > 0$ y si están anticorrelacionados $-1 < \xi(r) < 0$.

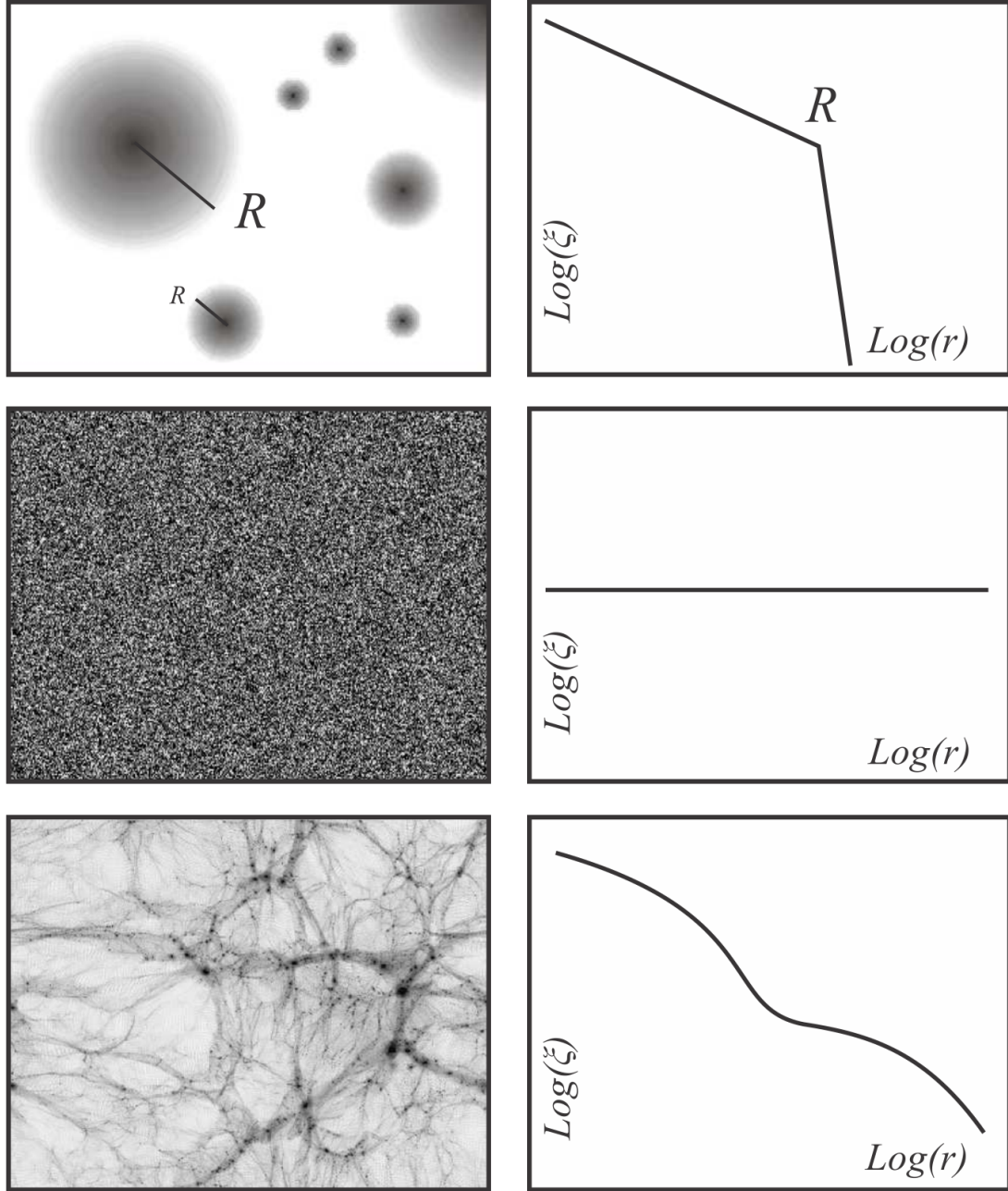


Figura B.1: Distintos comportamientos de la función de correlación (panel derecho) para diferentes campos en densidad (panel izquierdo). En negro, se representan regiones superdensas y en blanco subdensas. En el panel superior, se presenta una distribución homogénea de esferas de radio R y perfiles idénticos. Al medio, una distribución de densidad con espectro de ruido blanco. Abajo, una simulación de materia oscura con su función de correlación. *Tomado de Paz (2010).*

Para ejemplificar mejor, presentamos la figura B.1 tomada de Paz (2010). En ésta, se presentan distintos comportamientos de la función de correlación (panel derecho), para diferentes campos de densidad (panel izquierdo). En negro, están representadas las regiones sobredensas y, en blanco, las subdensas. En el panel superior, se muestra un campo tridimensional de objetos con perfiles de densidad idénticos, de simetría esférica, distribuidos en forma aleatoria y homogénea. Para este campo, la función de correlación en escalas menores que R , la escala característica, refleja el perfil de densidad de los objetos mientras que, para distancias mayores, la función de correlación decae a cero. Esto sucede porque en escalas grandes sólo contribuyen elementos de materia pertenecientes a diferentes objetos, cuyos centros se distribuyen de manera independiente. Esta distribución corresponde a un modelo ya descartado de la función de correlación de galaxias (Neyman *et al.*, 1953; Peebles, 1974). En los paneles centrales, se muestran la función de correlación y el campo de densidad correspondientes a un proceso estocástico con valores sin correlación estadística (ruido blanco). En este caso, la función de correlación es constante. Finalmente, en los paneles inferiores, se representa, esquemáticamente, el campo de densidad y la función de correlación obtenida en observaciones y simulaciones cosmológicas. En éstos, a medida que aumenta la escala, la función de correlación tiende a cero, es decir, a escalas suficientemente grandes, el Universo se presenta como isótropo y homogéneo. Además, este modelo recupera los resultados de Hubble y Shapley. El cambio de comportamiento que muestra a cierta escala es lo que se conoce como “transición del régimen de uno a dos halos”.

Muchos autores (Bahcall y Soneira, 1983; Groth y Peebles, 1975; Maddox *et al.*, 1990, por ejemplo,) coinciden en que la función de correlación obtenida a partir de grandes catálogos de galaxias y grupos de galaxias tiene un comportamiento correspondiente a una ley de potencia:

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma} \quad (\text{B.4})$$

con valores de $\gamma \approx 1,7$ y de radio de escala $r_0 \approx 4h^{-1}Mpc$ para la correlación entre galaxias, $r_0 \approx 20h^{-1}Mpc$ entre cúmulos y $r_0 \approx 10h^{-1}Mpc$ entre galaxias y cúmulos.

B.2. Espectro de potencia

También puede caracterizarse la distribución de materia de manera análoga a la función de correlación bipuntual pero utilizando el espacio de las fases. Para esto, describiremos al estadístico denominado “espectro de potencia”, $P(k)$. Éste se define como el promedio de la amplitud del modo k en el ensamble. Es decir, $P(k) \equiv \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle$.

Dado un campo, $\delta(\vec{x})$ definimos la transformada de Fourier $\delta(\vec{k})$ como:

$$\delta(\vec{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\vec{x}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3x \quad (\text{B.5})$$

como $\delta(\vec{x})$ representa la función real del campo de fluctuaciones en densidad, su transformada compleja satisface que $\delta(\vec{k}) = \delta(-\vec{k})^*$, donde el operador $*$ denota la conjugación compleja. Si escribimos $\delta(\vec{x})$ en función de su transformada y definimos $r = |\vec{x}|$, obtenemos

para B.3:

$$\xi(r) = \left\langle \frac{1}{(2\pi)^6} \int \int \delta(\vec{k}) \delta^*(\vec{k}') e^{i(\vec{k}' - \vec{k}) \cdot \vec{x}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3 k' d^3 k \right\rangle \quad (\text{B.6})$$

donde usamos que $\delta(\vec{k}) = \delta(-\vec{k})^*$. Haciendo uso de la linealidad de $\langle \dots \rangle$ y la transformada de la distribución de Dirac:

$$\xi(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} d^3 k \quad (\text{B.7})$$

Retomando la definición de $P(k) \equiv \langle |\delta(\vec{k})|^2 \rangle$, observamos que $P(k)$ es la transformada de Fourier de la función de correlación. Por lo tanto, ambas funciones contienen la misma información, solo que puede ser más adecuado el uso de una u otra según la utilidad y el contexto.

Para una función de correlación que sea una ley de potencias, como fue presentado en la sección anterior, el espectro de potencias correspondiente también es una ley de potencias tal que $P(k) \propto k^n$ con $\gamma = 3 - n$. Para los valores de la función de correlación expresadas en la sección anterior $n \approx 1,3$. Esto indica que la distribución de galaxias no es fractal y, por lo tanto, a cierta escala límite, las fluctuaciones en la curvatura convergen. Sin embargo, en cierto rango de distancias el modelo autosimilar se aproxima a la realidad. Y, si nos mantenemos en escalas por debajo de la homogeneidad y en escalas lo suficientemente pequeñas como para que no estén afectadas por la dinámica lineal, se puede encontrar un cierto grado de autosimilitud en las estructuras.

Bibliografía

- Aarseth, S. y Hoyle, F. (1963). Dynamical evolution of clusters of galaxies, i. *MNRAS*, 126(3):223–255.
- Aarseth, S. J., Turner, E., y Gott III, J. (1979). N-body simulations of galaxy clustering. i-initial conditions and galaxy collapse times. *ApJ*, 228:664–683.
- Abazajian, K. N., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., Allam, S. S., Allende Prieto, C., An, D., Anderson, K. S. J., Anderson, S. F., Annis, J., Bahcall, N. A., y et al. (2009). The Seventh Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *ApJS*, 182:543–558.
- Adler, R. (1981). The geometry of random fields. *VViley, London*.
- Allahverdi, R., Brandenberger, R., Cyr-Racine, F.-Y., y Mazumdar, A. (2010). Reheating in Inflationary Cosmology: Theory and Applications. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 60:27–51.
- Allgood, B., Flores, R. A., Primack, J. R., Kravtsov, A. V., Wechsler, R. H., Faltenbacher, A., y Bullock, J. S. (2006). The shape of dark matter haloes: dependence on mass, redshift, radius and formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 367(4):1781–1796.
- Altay, G., Colberg, J. M., y Croft, R. A. (2006). The influence of large-scale structures on halo shapes and alignments. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 370(3):1422–1428.
- Babcock, H. W. (1939). The rotation of the andromeda nebula. *Lick Observatory Bulletin*, 19:41–51.
- Bahcall, N. A. y Soneira, R. M. (1983). The spatial correlation function of rich clusters of galaxies. *The Astrophysical Journal*, 270:20–38.
- Bardeau, S., Kneib, J.-P., Czoske, O., Soucaill, G., Smail, I., Ebeling, H., y Smith, G. P. (2005). A CFH12k lensing survey of X-ray luminous galaxy clusters. I. Weak lensing methodology. *A&A*, 434:433–448.
- Bardeen, J. M. (1980). Gauge-invariant cosmological perturbations. *PhysRevD*, 22:1882–1905.
- Bardeen, J. M., Bond, J., Kaiser, N., y Szalay, A. (1986). The statistics of peaks of gaussian random fields. *The Astrophysical Journal*, 304:15–61.

- Barnes, J. y Hut, P. (1986). A hierarchical $O(n \log n)$ force-calculation algorithm. *nature*, 324(6096):446–449.
- Bartelmann, M. (1995). Cluster mass estimates from weak lensing. *A&A*, 303:643.
- Baumann, D. y McAllister, L. (2009). Advances in Inflation in String Theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 59:67–94.
- Becker, M. R., McKay, T. A., Koester, B., Wechsler, R. H., Rozo, E., Evrard, A., Johnston, D., Sheldon, E., Annis, J., Lau, E., Nichol, R., y Miller, C. (2007). The Mean and Scatter of the Velocity Dispersion-Optical Richness Relation for maxBCG Galaxy Clusters. *ApJ*, 669:905–928.
- Begeman, K., Broeils, A., y Sanders, R. (1991). Extended rotation curves of spiral galaxies: Dark haloes and modified dynamics. *MNRAS*, 249(3):523–537.
- Berlind, A. A., Weinberg, D. H., Benson, A. J., Baugh, C. M., Cole, S., Davé, R., Frenk, C. S., Jenkins, A., Katz, N., y Lacey, C. G. (2003). The halo occupation distribution and the physics of galaxy formation. *The Astrophysical Journal*, 593(1):1.
- Bernardeau, F. (1994). The effects of smoothing on the statistical properties of the large-scale cosmic fields. *arXiv preprint astro-ph/9403020*.
- Bertone, G. y Hooper, D. (2016). A History of Dark Matter. *ArXiv e-prints*.
- Bett, P., Eke, V., Frenk, C. S., Jenkins, A., Helly, J., y Navarro, J. (2007). The spin and shape of dark matter haloes in the millennium simulation of a λ cold dark matter universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 376(1):215–232.
- Blanton, Michael R and Dalcanton, Julianne and Eisenstein, Daniel and Loveday, Jon and Strauss, Michael A and SubbaRao, Mark and Weinberg, David H and Anderson Jr, John E and Annis, James and Bahcall, Neta A and others (2001). The luminosity function of galaxies in sdss commissioning data. *The Astronomical Journal*, 121(5):2358.
- Blanton, Michael R and Hogg, David W and Bahcall, Neta A and Brinkmann, J and Britton, Malcolm and Connolly, Andrew J and Csabai, Istvan and Fukugita, Masataka and Loveday, Jon and Meiksin, Avery and others (2003). The galaxy luminosity function and luminosity density at redshift $z=0.1$. *The Astrophysical Journal*, 592(2):819.
- Bond, J. (1986). The collisionless damping of density fluctuations in an expanding universe. *Inflationary Cosmology*, p. 290.
- Bond, J. R., Kofman, L., y Pogosyan, D. (1996). How filaments of galaxies are woven into the cosmic web. *Nature*, 380(6575):603.
- Bosma, A. (1978). The distribution and kinematics of neutral hydrogen in spiral galaxies of various morphological types.
- Brunino, R., Trujillo, I., Pearce, F. R., y Thomas, P. A. (2007). The orientation of galaxy dark matter haloes around cosmic voids. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 375(1):184–190.

- Bryan, G. L. y Norman, M. L. (1998). Statistical Properties of X-Ray Clusters: Analytic and Numerical Comparisons. *ApJ*, 495:80–99.
- Burles, S., Nollett, K. M., y Turner, M. S. (2001). Big Bang Nucleosynthesis Predictions for Precision Cosmology. *ApJL*, 552:L1–L5.
- Burles, S. y Tytler, D. (1998). The Deuterium Abundance toward Q1937-1009. *ApJ*, 499:699–712.
- Centrella, J. y Melott, A. L. (1983). Three-dimensional simulation of large-scale structure in the universe. *Nature*, 305(5931):196–198.
- Clowe, D., Bradač, M., Gonzalez, A. H., Markevitch, M., Randall, S. W., Jones, C., y Zaritsky, D. (2006). A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter. *ApJL*, 648:L109–L113.
- Colberg, J. M., Krughoff, K. S., y Connolly, A. J. (2005). Intercluster filaments in a Λ cdm universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 359(1):272–282.
- Cooray, A. (2005). A brighter past: galaxy luminosity function at high redshifts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 364(1):303–318.
- Cooray, A. y Sheth, R. (2002). Halo models of large scale structure. *Physics Reports*, 372(1):1–129.
- Croton, D. J., Stevens, A. R., Tonini, C., Garel, T., Bernyk, M., Bibiano, A., Hodkinson, L., Mutch, S. J., Poole, G. B., y Shattow, G. M. (2016). Semi-analytic galaxy evolution (sage): Model calibration and basic results. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 222(2):22.
- Davis, M., Efstathiou, G., Frenk, C. S., y White, S. D. M. (1985). The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. *ApJ*, 292:371–394.
- Davis, M., Huchra, J., Latham, D. W., y Tonry, J. (1982). A survey of galaxy redshifts. II - The large scale space distribution. *ApJ*, 253:423–445.
- de Sitter, W. (1917). Einstein’s theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper. *MNRAS*, 78:3–28.
- Dodelson, S. y Liguori, M. (2006). Can Cosmic Structure Form without Dark Matter? *Physical Review Letters*, 97(23):231301.
- Doroshkevich, A. (1970). Spatial structure of perturbations and origin of galactic rotation in fluctuation theory. *Astrophysics*, 6(4):320–330.
- Doroshkevich, A., Zeldovich, Y. B., Syunyaev, R., y Khlopov, M. Y. (1980). Astrophysical implications of the neutrino rest mass-part two-the density perturbation spectrum and small-scale fluctuations in the microwave_ background. *Soviet Astronomy Letters*, 6:252–259.

- Duffy, A. R., Schaye, J., Kay, S. T., y Dalla Vecchia, C. (2011). Erratum: Dark matter halo concentrations in the wilkinson microwave anisotropy probe year 5 cosmology. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, 415(1):L85.
- Eddington, A. S. (1923). *The mathematical theory of relativity*.
- Efstathiou, G. y Eastwood, J. (1981). On the clustering of particles in an expanding universe. *MNRAS*, 194(3):503–525.
- Einasto, J., Saar, E., Kaasik, A., y Chernin, A. D. (1974). Missing mass around galaxies-morphological evidence. *Nature*, 252:111–113.
- Einstein, A. (1911). Über den einfluß der schwerkraft auf die ausbreitung des liches. *Annalen der Physik*, 340(10):898–908.
- Einstein, A. (1915). Die Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 844-847.
- Einstein, A. (1917). Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 142-152.
- Eisenstein, D. J. y Hu, W. (1999). Power spectra for cold dark matter and its variants. *The Astrophysical Journal*, 511(1):5.
- Eke, V. R., Cole, S., y Frenk, C. S. (1996). Cluster evolution as a diagnostic for Omega. *MNRAS*, 282.
- Faltenbacher, A., Li, C., y Wang, J. (2012). Anisotropy in the matter distribution beyond the baryonic acoustic oscillation scale. *The Astrophysical Journal Letters*, 751(1):L2.
- Faltenbacher, A., Li, C., White, S. D., Jing, Y.-P., Mao, S.-D., y Wang, J. (2009). Alignment between galaxies and large-scale structure. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 9(1):41.
- Famaey, B. y McGaugh, S. S. (2012). Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions. *Living Reviews in Relativity*, 15:10.
- Foëx, G., Soucail, G., Pointecouteau, E., Arnaud, M., Limousin, M., y Pratt, G. W. (2012). The dark matter distribution in $z \sim 0.5$ clusters of galaxies. I. Determining scaling relations with weak lensing masses. *A&A*, 546:A106.
- Gangui, A. (2005). *El Big Bang: la génesis de nuestra cosmología actual*. Eudeba.
- Gonzalez, E. J. (2017). *Observación y análisis de sistemas astrofísicos usando fenómenos de lentes gravitacionales*. Tesis doctoral, Facultad de Matemáticas, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba.
- Gonzalez, E. J., Rodriguez, F., García Lambas, D., Merchán, M., Foëx, G., y Chalela, M. (2017). Weak-lensing measurement of the mass-richness relation using the SDSS data base. *MNRAS*.

- Gott III, J., Turner, E. L., y Aarseth, S. (1979). N-body simulations of galaxy clustering. iii—the covariance function. *Apj*, 234:13–26.
- Governato, F., Baugh, C., Frenk, C., Cole, S., Lacey, C., Quinn, T., y Stadel, J. (1998). The seeds of rich galaxy clusters in the universe. *Nature*, 392(6674):359–361.
- Groth, E. y Peebles, P. (1975). Closed-form solutions for the evolution of density perturbations in some cosmological models. *Astronomy and Astrophysics*, 41:143–145.
- Gunn, J. E. y Gott, III, J. R. (1972). On the Infall of Matter Into Clusters of Galaxies and Some Effects on Their Evolution. *ApJ*, 176:1.
- Guo, Q., White, S., Boylan-Kolchin, M., De Lucia, G., Kauffmann, G., Lemson, G., Li, C., Springel, V., y Weinmann, S. (2011). From dwarf spheroidals to cD galaxies: simulating the galaxy population in a Λ CDM cosmology. *MNRAS*, 413:101–131.
- Guo, Q., White, S., Li, C., y Boylan-Kolchin, M. (2010). How do galaxies populate dark matter haloes? *MNRAS*, 404:1111–1120.
- Guth, A. (1982). The inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness phys. rev. d 23, 347 (1981). ad linde. *A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution Of The Horizon*, *Phys. Lett. B*, 108:389.
- Hamilton, A., Tegmark, M., y Padmanabhan, N. (2000). Linear redshift distortions and power in the iras point source catalog redshift survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 317(1):L23–L27.
- Hansen, S. M., McKay, T. A., Wechsler, R. H., Annis, J., Sheldon, E. S., y Kimball, A. (2005). Measurement of Galaxy Cluster Sizes, Radial Profiles, and Luminosity Functions from SDSS Photometric Data. *ApJ*, 633:122–137.
- Hearin, A. P., Zentner, A. R., Berlind, A. A., y Newman, J. A. (2013). Sham beyond clustering: new tests of galaxy–halo abundance matching with galaxy groups. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 433(1):659–680.
- Henry, J. P. (2000). Measuring Cosmological Parameters from the Evolution of Cluster X-Ray Temperatures. *ApJ*, 534:565–580.
- Herschel, W. (1785). On the Construction of the Heavens. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series I*, 75:213–266.
- Hewitt, J., Turner, E., Schneider, D., Burke, B., Langston, G., y Lawrence, C. (1988). Unusual radio source mg1131+ 0456: a possible einstein ring. *Nature*, 333(6173):537–540.
- Hilbert, S. y White, S. D. M. (2010). Abundances, masses and weak-lensing mass profiles of galaxy clusters as a function of richness and luminosity in Λ CDM cosmologies. *MNRAS*, 404:486–501.
- Hohl, F. (1971). Numerical experiments with a disk of stars. *The Astrophysical Journal*, 168:343.

- Holmberg, E. (1940). On the Clustering Tendencies among the Nebulae. *ApJ*, 92:200.
- Hopkins, P. F., Bahcall, N. A., y Bode, P. (2005). Cluster alignments and ellipticities in λ cdm cosmology. *The Astrophysical Journal*, 618(1):1.
- Hubble, E. (1925). No. 304. N.G.C. 6822, a remote stellar system. *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 304:1–25.
- Hubble, E. (1929). A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15:168–173.
- Hubble, E. y Humason, M. L. (1931). The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae. *ApJ*, 74:43.
- Huchra, J. y Geller, M. (1982). Groups of galaxies. i-nearby groups. *The Astrophysical Journal*, 257:423–437.
- Jeans, J. H. (1922). The motions of stars in a Kapteyn universe. *MNRAS*, 82:122–132.
- Jenkins, A., Frenk, C., White, S. D., Colberg, J., Cole, S., Evrard, A. E., Couchman, H., y Yoshida, N. (2001). The mass function of dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 321(2):372–384.
- Jing, Y. y Börner, G. (1998). The pairwise peculiar velocity dispersion of galaxies: Effects of the infall. *The Astrophysical Journal*, 503(2):502.
- Jing, Y., Mo, H., y Börner, G. (1998). Spatial correlation function and pairwise velocity dispersion of galaxies: Cold dark matter models versus the las campanas survey. *The Astrophysical Journal*, 494(1):1.
- Jing, Y. y Suto, Y. (2002). Triaxial modeling of halo density profiles with high-resolution n-body simulations. *The Astrophysical Journal*, 574(2):538.
- Johnston, D. E., Sheldon, E. S., Tasitsiomi, A., Frieman, J. A., Wechsler, R. H., y McKay, T. A. (2007). Cross-Correlation Lensing: Determining Galaxy and Cluster Mass Profiles from Statistical Weak-Lensing Measurements. *ApJ*, 656:27–41.
- Kapteyn, J. C. (1922). First Attempt at a Theory of the Arrangement and Motion of the Sidereal System. *ApJ*, 55:302.
- Kasun, S. y Evrard, A. E. (2005). Shapes and alignments of galaxy cluster halos. *The Astrophysical Journal*, 629(2):781.
- Kauffmann, G., Nusser, A., y Steinmetz, M. (1997). Galaxy formation and large-scale bias. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 286(4):795–811.
- Kelvin, W. T. B. (1904). *Baltimore lectures on molecular dynamics and the wave theory of light*. CJ Clay and Sons.
- Klimov, Y. G. (1963). The deflection of light rays in the gravitational fields of galaxies. En *Soviet Physics Doklady*, volumen 8, p. 119.

- Klypin, A. y Shandarin, S. (1983). Three-dimensional numerical model of the formation of large-scale structure in the universe. *MNRAS*, 204(3):891–907.
- Klypin, A. A., Trujillo-Gomez, S., y Primack, J. (2011). Dark matter halos in the standard cosmological model: Results from the bolshoi simulation. *The Astrophysical Journal*, 740(2):102.
- Koester, B. P., McKay, T. A., Annis, J., Wechsler, R. H., Evrard, A., Bleem, L., Becker, M., Johnston, D., Sheldon, E., Nichol, R., Miller, C., Scranton, R., Bahcall, N., Barentine, J., Brewington, H., Brinkmann, J., Harvanek, M., Kleinman, S., Krzesinski, J., Long, D., Nitta, A., Schneider, D. P., Sneddin, S., Voges, W., y York, D. (2007). A MaxBCG Catalog of 13,823 Galaxy Clusters from the Sloan Digital Sky Survey. *ApJ*, 660:239–255.
- Kravtsov, A. V., Berlind, A. A., Wechsler, R. H., Klypin, A. A., Gottlöber, S., Allgood, B., y Primack, J. R. (2004). The Dark Side of the Halo Occupation Distribution. *ApJ*, 609:35–49.
- Krumm, N. y Salpeter, E. (1977). Rotation curves, mass distributions and total masses of some spiral galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 56:465–468.
- Langston, G. I., Schneider, D. P., Conner, S., Carilli, C. L., Lehar, J., Burke, B. F., Turner, E. L., Gunn, J. E., Hewitt, J. N., y Schmidt, M. (1989). MG 1654+1346 - an Einstein Ring image of a quasar radio lobe. *AJ*, 97:1283–1290.
- Lares, M., Lambas, D. G., y Domínguez, M. J. (2011). Properties of Satellite Galaxies in the SDSS Photometric Survey: Luminosities, Colors, and Projected Number Density Profiles. *AJ*, 142:13.
- Lasserre, T., Afonso, C., Albert, J. N., Andersen, J., Ansari, R., Aubourg, E., Bareyre, P., Bauer, F., Beaulieu, J. P., Blanc, G., Bouquet, A., Char, S., Charlot, X., Couchot, F., Coutures, C., Derue, F., Ferlet, R., Glicenstein, J. F., Goldman, B., Gould, A., Graff, D., Gros, M., Haissinski, J., Hamilton, J. C., Hardin, D., de Kat, J., Kim, A., Lesquoy, E., Loup, C., Magneville, C., Mansoux, B., Marquette, J. B., Maurice, E., Milsztajn, A., Moniez, M., Palanque-Delabrouille, N., Perdureau, O., Prévot, L., Regnault, N., Rich, J., Spiro, M., Vidal-Madjar, A., Vigroux, L., Zylberajch, S., y Collaboration, E. (2000). Not enough stellar mass Machos in the Galactic halo. *A&A*, 355:L39–L42.
- Lau, E. T., Nagai, D., Kravtsov, A. V., y Zentner, A. R. (2011). Shapes of gas, gravitational potential, and dark matter in Λ cdm clusters. *The Astrophysical Journal*, 734(2):93.
- Liebes, S. (1964). Gravitational lenses. *Phys. Rev.*, 133:B835–B844.
- Lima Neto, G. B., Lagana, T. F., Andrade-Santos, F., y Machado, R. E. G. (2014). Structure in galaxy clusters. *ArXiv e-prints*.
- Lindblad, B. (1925). *Star-streaming and the structure of the stellar system*. Almqvist & W. Boktryckeri.

- Linde, A. D. (1982). A new inflationary universe scenario: a possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 108(6):389–393.
- Liu, L., Gerke, B. F., Wechsler, R. H., Behroozi, P. S., y Busha, M. T. (2011). How Common are the Magellanic Clouds? *ApJ*, 733:62.
- Lundmark, K. (1930). Über die bestimmung der entfernungen, dimensionen, massen und dichtigkeit für die nächstgelegenen anagalactischen sternsysteme. *Meddelanden från Lunds Astronomiska Observatorium Serie I*, 125:1–13.
- Lynds, R. y Petrosian, V. (1986). Giant luminous arcs in galaxy clusters. En *Bulletin of the American Astronomical Society*, volumen 18, p. 1014.
- Ma, C.-P. y Fry, J. N. (2000). Halo profiles and the nonlinear two-and three-point correlation functions of cosmological mass density. *The Astrophysical Journal Letters*, 531(2):L87.
- Maddox, S., Efstathiou, G., Sutherland, W., y Loveday, J. (1990). Galaxy correlations on large scales. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 242(1):43P–47P.
- Mandelbaum, R., Seljak, U., Hirata, C. M., Bardelli, S., Bolzonella, M., Bongiorno, A., Carollo, M., Contini, T., Cunha, C. E., Garilli, B., Iovino, A., Kampczyk, P., Kneib, J.-P., Knobel, C., Koo, D. C., Lamareille, F., Le Fèvre, O., Le Borgne, J.-F., Lilly, S. J., Maier, C., Mainieri, V., Mignoli, M., Newman, J. A., Oesch, P. A., Perez-Montero, E., Ricciardelli, E., Scodeggio, M., Silverman, J., y Tasca, L. (2008). Precision photometric redshift calibration for galaxy-galaxy weak lensing. *MNRAS*, 386:781–806.
- Mandelbaum, R., Slosar, A., Baldauf, T., Seljak, U., Hirata, C. M., Nakajima, R., Reyes, R., y Smith, R. E. (2013). Cosmological parameter constraints from galaxy-galaxy lensing and galaxy clustering with the SDSS DR7. *MNRAS*, 432:1544–1575.
- McClelland, J. y Silk, J. (1978). The correlation function for density perturbations in an expanding universe. iii the three-point and predictions of the four-point and higher order correlation functions. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 36:389–404.
- Meekins, J. F., Fritz, G., Chubb, T. A., Friedman, H., y HENRY, R. C. (1971). Physical sciences: X-rays from the coma cluster of galaxies. *Nature*, 231(5298):107–108.
- Merchán, M. E. y Zandivarez, A. (2005). Galaxy Groups in the Third Data Release of the Sloan Digital Sky Survey. *ApJ*, 630:759–763.
- Milgrom, M. (1983a). A Modification of the Newtonian Dynamics - Implications for Galaxy Systems. *ApJ*, 270:384.
- Milgrom, M. (1983b). A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *ApJ*, 270:365–370.
- Milgrom, M. (1983c). A modification of the newtonian dynamics-implications for galaxies. *ApJ*, 270:371–389.

- Milgrom, M. y Sanders, R. H. (2007). Modified Newtonian Dynamics Rotation Curves of Very Low Mass Spiral Galaxies. *ApJL*, 658:L17–L20.
- Miller, R., Prendergast, K., y Quirk, W. J. (1970). Numerical experiments in spiral structure. En *Symposium-International Astronomical Union*, volumen 38, pp. 365–367. Cambridge University Press.
- Mo, H., Van den Bosch, F., y White, S. (2010). *Galaxy formation and evolution*. Cambridge University Press.
- Mo, H. y White, S. D. (1996). An analytic model for the spatial clustering of dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 282(2):347–361.
- Mo, H. J., Jing, Y., y White, S. D. (1997). High-order correlations of peaks and haloes: a step towards understanding galaxy biasing. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 284(1):189–201.
- Moore, B., Quinn, T., Governato, F., Stadel, J., y Lake, G. (1999). Cold collapse and the core catastrophe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 310(4):1147–1152.
- Nakamura, T. T. y Suto, Y. (1997). Strong Gravitational Lensing and Velocity Function as Tools to Probe Cosmological Parameters — Current Constraints and Future Predictions —. *Progress of Theoretical Physics*, 97.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., y White, S. D. M. (1996). The Structure of Cold Dark Matter Halos. *ApJ*, 462:563.
- Neyman, J. y Scott, E. (1952). A theory of the spatial distribution of galaxies. *The Astrophysical Journal*, 116:144.
- Neyman, J., Scott, E. L., y Shane, C. (1953). On the spatial distribution of galaxies: a specific model. *The Astrophysical Journal*, 117:92.
- North, J. D. (1965). *The measure of the universe. A history of modern cosmology*.
- Oguri, M. y Takada, M. (2011). Combining cluster observables and stacked weak lensing to probe dark energy: Self-calibration of systematic uncertainties. *PhRvD*, 83(2):023008.
- O’Meara, J. M., Tytler, D., Kirkman, D., Suzuki, N., Prochaska, J. X., Lubin, D., y Wolfe, A. M. (2001). The Deuterium to Hydrogen Abundance Ratio toward a Fourth QSO: HS 0105+1619. *ApJ*, 552:718–730.
- Oort, J. H. (1932). The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 6:249.
- Opik, E. (1915). Selective absorption of light in space, and the dynamics of the universe. *Bull. de la Soc. Astr. de Russie*, 21(150):5.
- Ostriker, J. P. y Peebles, P. J. (1973). A numerical study of the stability of flattened galaxies: or, can cold galaxies survive? *ApJ*, 186:467–480.

- Paz, D., Lambas, D., Padilla, N., y Merchán, M. (2006). Shapes of clusters and groups of galaxies: comparison of model predictions with observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 366(4):1503–1510.
- Paz, D. J. (2010). *Halos de materia y estructura en gran escala*. Tesis doctoral, Facultad de Matemáticas, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba.
- Paz, D. J., Sgró, M. A., Merchán, M., y Padilla, N. (2011). Alignments of galaxy group shapes with large-scale structure. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 414(3):2029–2039.
- Paz, D. J., Stasyszyn, F., y Padilla, N. D. (2008). Angular momentum-large-scale structure alignments in Λ cdm models and the sdss. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 389(3):1127–1136.
- Peacock, J. y Smith, R. (2000). Halo occupation numbers and galaxy bias. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318(4):1144–1156.
- Peacock, John A and Cole, Shaun and Norberg, Peder and Baugh, Carlton M and Bland-Hawthorn, Joss and Bridges, Terry and Cannon, Russell D and Colless, Matthew and Collins, Chris and Couch, Warrick and others (2001). A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2df galaxy redshift survey. *Nature*, 410(6825):169–173.
- Peebles, P. (1970). Structure of the coma cluster of galaxies. *AJ*, 75:13.
- Peebles, P. J. (1974). The gravitational-instability picture and the nature of the distribution of galaxies. *The Astrophysical Journal*, 189:L51.
- Peebles, P. J. E. (1971). *Physical cosmology*. Princeton Series in Physics, Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1971.
- Peebles, P. J. E. (1980). *The large-scale structure of the universe*. N.J., Princeton University Press, 1980. 435 p.
- Peebles, P. J. E. (1982). Primeval adiabatic perturbations - Effect of massive neutrinos. *ApJ*, 258:415–424.
- Planck Collaboration XVI (2014). Planck intermediate results. XVI. Profile likelihoods for cosmological parameters. *A&A*, 566:A54.
- Poincare, H. (1906). The Milky Way and the Theory of Gases. *Popular Astronomy*, 14:475–488.
- Press, W. H. y Schechter, P. (1974). Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation. *ApJ*, 187:425–438.
- Reeves, H., Audouze, J., Fowler, W. A., y Schramm, D. N. (1973). On the Origin of Light Elements. *ApJ*, 179:909–930.
- Refregier, A., Komatsu, E., Spergel, D. N., y Pen, U.-L. (2000). Power spectrum of the sunyaev-zel’dovich effect. *Physical Review D*, 61(12):123001.

- Refsdal, S. (1964). On the possibility of determining hubble’s parameter and the masses of galaxies from the gravitational lens effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 128(4):307.
- Reyes, R., Mandelbaum, R., Hirata, C., Bahcall, N., y Seljak, U. (2008). Improved optical mass tracer for galaxy clusters calibrated using weak lensing measurements. *MNRAS*, 390:1157–1169.
- Roberts, M. y Rots, A. (1973). Comparison of rotation curves of different galaxy types. *A&A*, 26:483–485.
- Robertson, H. P. (1928). On relativistic cosmology. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, pp. 835–848.
- Rodriguez, F. (2016). La materia oscura en el contexto de la Teoría del Actor-Red. *REDES*, 22:153–165.
- Rodriguez, F., Merchán, M., y Sgró, M. A. (2015). Taking advantage of photometric galaxy catalogues to determine the halo occupation distribution. *A&A*, 580:A86.
- Rood, H. J. (1965). The dynamics of the coma cluster of galaxies.
- Rozo, E., Rykoff, E. S., Koester, B. P., McKay, T., Hao, J., Evrard, A., Wechsler, R. H., Hansen, S., Sheldon, E., Johnston, D., Becker, M., Annis, J., Bleem, L., y Scranton, R. (2009). Improvement of the Richness Estimates of maxBCG Clusters. *ApJ*, 703:601–613.
- Rubin, V. C., Thonnard, N., y Ford, Jr., W. K. (1978). Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. IV - Systematic dynamical properties, SA through SC. *ApJ*, 225:L107–L111.
- Rykoff, E. S., Evrard, A. E., McKay, T. A., Becker, M. R., Johnston, D. E., Koester, B. P., Nord, B., Rozo, E., Sheldon, E. S., Stanek, R., y Wechsler, R. H. (2008). The L_X -M relation of clusters of galaxies. *MNRAS*, 387:L28–L32.
- Sanders, R. H. (1996). The Published Extended Rotation Curves of Spiral Galaxies: Confrontation with Modified Dynamics. *ApJ*, 473:117.
- Schechter, P. (1976). An analytic expression for the luminosity function for galaxies. *ApJ*, 203:297–306.
- Scherrer, R. J. y Bertschinger, E. (1991). Statistics of primordial density perturbations from discrete seed masses. *The Astrophysical Journal*, 381:349–360.
- Schneider, M. D., Frenk, C. S., y Cole, S. (2012). The shapes and alignments of dark matter halos. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2012(05):030.
- Schneider, P., Kochanek, C., y Wambsganss, J. (2004). Part 2 of gravitational lensing: Strong, weak & micro. En *Proceedings of the 33rd Saas-Fee Advanced Course*, (eds. G. Meylan, P. Jetzer & P. North).

- Schramm, D. N. y Steigman, G. (1981). Relic Neutrinos and the Density of the Universe. *ApJ*, 243:1.
- Scoccimarro, R., Sheth, R. K., Hui, L., y Jain, B. (2001). How many galaxies fit in a halo? constraints on galaxy formation efficiency from spatial clustering. *The Astrophysical Journal*, 546(1):20.
- Secchi, A. (1877). *L’astronomia in Roma nel pontificato DI Pio IX*.
- Seljak, U. (2000). Analytic model for galaxy and dark matter clustering. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 318(1):203–213.
- Sgró, M. A., Paz, D. J., y Merchán, M. (2013). Anisotropic halo model: implementation and numerical results. *MNRAS*, 433:787–795.
- Sgró, M. A. (2014). *Modelo Anisótropo de Halos*. Tesis doctoral, Facultad de Matemáticas, Astronomía y Física de la Universidad Nacional de Córdoba.
- Shapley, H. (1933). On the Distribution of Galaxies. *Proceedings of the National Academy of Science*, 19:389–393.
- Sheldon, E. S., Johnston, D. E., Scranton, R., Koester, B. P., McKay, T. A., Oyaizu, H., Cunha, C., Lima, M., Lin, H., Frieman, J. A., Wechsler, R. H., Annis, J., Mandelbaum, R., Bahcall, N. A., y Fukugita, M. (2009). Cross-correlation weak lensing of sdss galaxy clusters. i. measurements. *ApJ*, 703(2):2217.
- Sheth, R. K. y Jain, B. (1997). The non-linear correlation function and density profiles of virialized haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 285(2):231–238.
- Sheth, R. K. y Lemson, G. (1999). Biasing and the distribution of dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 304(4):767–792.
- Sheth, R. K., Mo, H., y Tormen, G. (2001). Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 323(1):1–12.
- Sheth, R. K. y Tormen, G. (1999). Large-scale bias and the peak background split. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 308(1):119–126.
- Simet, M., Kubo, J. M., Dodelson, S., Annis, J. T., Hao, J., Johnston, D., Lin, H., Reis, R. R. R., Soares-Santos, M., y Seo, H.-J. (2012). The sloan digital sky survey co-add: Cross-correlation weak lensing and tomography of galaxy clusters. *ApJ*, 748(2):128.
- Simha, V. y Cole, S. (2013). Cosmological constraints from applying sham to rescaled cosmological simulations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 436(2):1142–1151.
- Skordis, C. (2008). Generalizing tensor-vector-scalar cosmology. *PrD*, 77(12):123502.
- Skordis, C. (2009). TOPICAL REVIEW: The tensor-vector-scalar theory and its cosmology. *Classical and Quantum Gravity*, 26(14):143001.

- Slipher, V. M. (1913). The radial velocity of the Andromeda Nebula. *Lowell Observatory Bulletin*, 2:56–57.
- Smargon, A., Mandelbaum, R., Bahcall, N., y Niederste-Ostholt, M. (2012). Detection of intrinsic cluster alignments to 100 h- 1 mpc in the sloan digital sky survey. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 423(1):856–861.
- Smith, R. E. y Watts, P. (2005). Triaxial haloes, intrinsic alignments and the dark matter power spectrum. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 360(1):203–215.
- Smith, S. (1936). The mass of the virgo cluster. *The Astrophysical Journal*, 83:23.
- Soucail, G., Mellier, Y., Fort, B., Mathez, G., y Cailloux, M. (1987). Discovery of the first gravitational einstein ring-the luminous arc in abell 370. *The Messenger*, 50:5.
- Spergel, David Nathaniel and Bean, R and Doré, O and Nolta, MR and Bennett, CL and Dunkley, J and Hinshaw, G and Jarosik, N ea and Komatsu, E and Page, L and others (2007). Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: implications for cosmology. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 170(2):377.
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., Komatsu, E., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Page, L., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., y Wright, E. L. (2003). First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters. *ApJS*, 148:175–194.
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., Frenk, C. S., Yoshida, N., Gao, L., Navarro, J., Thacker, R., Croton, D., Helly, J., Peacock, J. A., Cole, S., Thomas, P., Couchman, H., Evrard, A., Colberg, J., y Pearce, F. (2005). Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars. *Nature*, 435:629–636.
- Springel, V., Yoshida, N., y White, S. D. (2001). Gadget: a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. *New Astronomy*, 6(2):79–117.
- Swanson, M. E. C., Tegmark, M., Blanton, M., y Zehavi, I. (2008). SDSS galaxy clustering: luminosity and colour dependence and stochasticity. *MNRAS*, 385:1635–1655.
- Thomas, Peter A and Colberg, Jörg M and Couchman, Hugh MP and Efstathiou, George P and Frenk, Carlos S and Jenkins, Adrian R and Nelson, Alistair H and Hutchings, Roger M and Peacock, John A and Pearce, Frazer R and others (1998). The structure of galaxy clusters in various cosmologies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 296(4):1061–1071.
- Tinker, J. L., Sheldon, E. S., Wechsler, R. H., Becker, M. R., Rozo, E., Zu, Y., Weinberg, D. H., Zehavi, I., Blanton, M. R., Busha, M. T., y Koester, B. P. (2012). Cosmological Constraints from Galaxy Clustering and the Mass-to-number Ratio of Galaxy Clusters. *ApJ*, 745:16.

- Tisserand, P., Le Guillou, L., Afonso, C., Albert, J. N., Andersen, J., Ansari, R., Aubourg, E., Bareyre, P., Beaulieu, J. P., Charlot, X., Coutures, C., Ferlet, R., Fouqué, P., Gliesenstein, J. F., Goldman, B., Gould, A., Graff, D., Gros, M., Haissinski, J., Hamadache, C., de Kat, J., Lasserre, T., Lesquoy, E., Loup, C., Magneville, C., Marquette, J. B., Maurice, E., Maury, A., Milsztajn, A., Moniez, M., Palanque-Delabrouille, N., Perdereau, O., Rahal, Y. R., Rich, J., Spiro, M., Vidal-Madjar, A., Vigroux, L., Zylberajch, S., y Collaboration, E.-. (2007). Limits on the Macho content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds. *A&A*, 469:387–404.
- Tully, R. B. y Fisher, J. R. (1977). A new method of determining distances to galaxies. *A&A*, 54:661–673.
- Van Den Bosch, F. C., Mo, H., y Yang, X. (2003). Towards cosmological concordance on galactic scales. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 345(3):923–938.
- van Uitert, E., Gilbank, D. G., Hoekstra, H., Semboloni, E., Gladders, M. D., y Yee, H. K. C. (2016). Weak-lensing-inferred scaling relations of galaxy clusters in the RCS2: mass-richness, mass-concentration, mass-bias, and more. *A&A*, 586:A43.
- Walsh, D., Carswell, R. F., y Weymann, R. J. (1979). 0957+ 561 A, B- Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, 279(5712):381–384.
- Wang, W. y White, S. D. (2012). Satellite abundances around bright isolated galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 424(4):2574–2598.
- Warren, M. S., Quinn, P. J., Salmon, J. K., y Zurek, W. H. (1992). Dark halos formed via dissipationless collapse. i-shapes and alignment of angular momentum. *The Astrophysical Journal*, 399:405–425.
- Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*.
- Weinberg, S. (2008). Effective field theory for inflation. *PRD*, 77.
- Weinmann, S. M., Lisker, T., Guo, Q., Meyer, H. T., y Janz, J. (2011). Dwarf galaxy populations in present-day galaxy clusters - I. Abundances and red fractions. *MNRAS*, 416:1197–1214.
- Weyl, H. (1923). Zur allgemeinen relätivitstheorie. *Physikalische Zeitschrift*, 24:230–232.
- White, M. (2001). The redshift-space power spectrum in the halo model. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 321(1):1–3.
- White, M., Zheng, Z., Brown, M. J., Dey, A., y Jannuzi, B. T. (2007). Evidence for merging or disruption of red galaxies from the evolution of their clustering. *The Astrophysical Journal Letters*, 655(2):L69.
- White, S. D. (1976). The dynamics of rich clusters of galaxies. *MNRAS*, 177(3):717–733.
- White, S. D. y Rees, M. J. (1978). Core condensation in heavy halos: a two-stage theory for galaxy formation and clustering. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 183(3):341–358.

- White, S. D. M., Frenk, C. S., y Davis, M. (1983). Clustering in a neutrino-dominated universe. *ApJL*, 274:L1–L5.
- Wirtz, C. (1922). Die Radialbewegungen der Gasnebel. *Astronomische Nachrichten*, 215:281.
- Yang, X., Mo, H. J., y van den Bosch, F. C. (2008). Galaxy Groups in the SDSS DR4. II. Halo Occupation Statistics. *ApJ*, 676:248–261.
- Yang, X., Mo, H. J., van den Bosch, F. C., y Jing, Y. P. (2005). A halo-based galaxy group finder: calibration and application to the 2dFGRS. *MNRAS*, 356:1293–1307.
- Yang, X., Mo, H. J., van den Bosch, F. C., Pasquali, A., Li, C., y Barden, M. (2007). Galaxy Groups in the SDSS DR4. I. The Catalog and Basic Properties. *ApJ*, 671:153–170.
- Yang, X., Mo, H. J., van den Bosch, F. C., Zhang, Y., y Han, J. (2012). Evolution of the Galaxy-Dark Matter Connection and the Assembly of Galaxies in Dark Matter Halos. *ApJ*, 752:41.
- York, Donald G and Adelman, J and Anderson Jr, John E and Anderson, Scott F and Anis, James and Bahcall, Neta A and Bakken, JA and Barkhouser, Robert and Bastian, Steven and Berman, Eileen and others (2000). The sloan digital sky survey: Technical summary. *The Astronomical Journal*, 120(3):1579.
- Zel'dovich, Y. B. (1970). Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations. *A&A*, 5:84–89.
- Zheng, Z., Berlind, A. A., Weinberg, D. H., Benson, A. J., Baugh, C. M., Cole, S., Davé, R., Frenk, C. S., Katz, N., y Lacey, C. G. (2005). Theoretical Models of the Halo Occupation Distribution: Separating Central and Satellite Galaxies. *ApJ*, 633:791–809.
- Zheng, Z. y Weinberg, D. H. (2007). Breaking the degeneracies between cosmology and galaxy bias. *The Astrophysical Journal*, 659(1):1.
- Zwicky, F. (1933). The redshift of extragalactic nebulae. *Helv. Phys. Acta*, 6:110.
- Zwicky, F. (1937). On the masses of nebulae and of clusters of nebulae. *ApJ*, 86:217.